PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 8. 15. April 1914. 15. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 9 am 18. April 1914.

INHALT:

Originalmitteilungen:

E. Freundlich, Über die Verschiebung der Sonnenlinien nach dem roten Ende auf Grund der Hypothesen von Einstein und Nordström. S. 369.

H. Reißner, Über die Relativität der Beschleunigungen in der Mechanik. S. 371.

G. Nordström, Über den Energiesatz in der Gravitationstheorie. S. 375.

N. Umow, Ein möglicher Sinn der Quantentheorie. S. 380.

R. W. Wood, Eine Bemerkung über das Verhältnis zwischen den Intensitäten der *D*-Linien des Natriums. S. 382.

N. A. Kent, Über einige Lithiumdubletts und ihre Aufspaltung im Magnetfelde. S. 383.

G. H. Livens, Über natürliche optische Drehungsaktivität. S. 385.

H. Hörig, Über die elektromotorische Kraft im Temperaturgefälle eines Metalls. Theoretisches. S. 388.

v. Kohner u. P. Winternitz, Die chemische Konstante des Wasserstoffs. S. 393.

P. Winternitz, Über eine Anwendung der Nernstschen Näherungsformel. S. 397.

P. P. Ewald, Die Berechnung der Kristallstruktur aus Interferenzaufnahmen mit *X*-Strahlen. S. 399.

R. Glocker, Experimenteller Beitrag zur Interferenz der Röntgenstrahlen. II. S. 401.

V. Schaffers, Das Gesetz der Glimmströme in zylindrischen Feldern unter Atmosphärendruck. S. 405.

H. Greinacher, Das Ionometer und seine Verwendung zur Messung von Radium- und Röntgenstrahlen. S. 410.

W. Pechau, Über mikroseismische Bewegung. S. 415.

Referat:

H. Wilsar, Das allgemeine Magnetfeld der Sonne nach Messungen von G. E. Hale. S. 416.

Aufruf:

British Association for the Advancement for Science. Aufruf zur Beteiligung an der Spezialuntersuchung über den Einfluß der totalen Sonnenfinsternis am 21. August 1914 auf die Ausbreitung der elektrischen Wellen. S. 420.

Besprechungen:

C. V. Boys, Seifenblasen, ihre Entstehung und ihre Farben. 2. Aufl. S. 420.

A. Brill, Das Relativitätsprinzip. S. 421.

R. Marcolongo, Theoretische Mechanik. I, II. S. 421.

E. Lecher, Lehrbuch der Physik für Mediziner und Biologen. S. 421.

E. Grimsehl, Lehrbuch der Physik für Realschulen. 2. Aufl. S. 422.

H. Hahn, Handbuch für physikalische Schülerübungen. 2. Aufl. S. 422.

H. Hahn, Physikalische Freihandversuche. III. S. 422.

J. Rust, Methodisches Hilfsbuch für den Unterricht in der Naturlehre an Volks- und Bürgerschulen. I. S. 422.

K. Umlauf, Mathematik und Naturwissenschaften an den deutschen Lehrerbildungsanstalten. S. 423.

F. Bidlingmaier, Ergebnisse der erdmagnetischen Beobachtungen zu Wilhelmshaven im Jahre 1911. S. 423.

Berichtigung. S. 423.

Tagesereignisse. S. 423.

Personalien. S. 424.

Gesuche. S. 424.

Otto Vahlbruch-Stiftung. S. 424.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Verschiebung der Sonnenlinien nach dem roten Ende auf Grund der Hypothesen von Einstein und Nordström.

Von Erwin Freundlich.

In seiner Abhandlung „Über den Einfluß der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes“ (Ann. d. Phys. **35**, 898, 1911) hat Herr A. Einstein zwei Effekte abgeleitet, die der experimentellen Prüfung zugänglich sind und die Annahmen und Folgerungen seiner Theorie stützen sollen. Der eine ist die Ablenkung des Lichtes von der geradlinigen Bewegung beim Passieren eines Gravitationsfeldes und der zweite eine relative Verlagerung der Spektrallinien zweier Spektren, welche in verschieden starken Gravitationsfeldern erzeugt worden sind. Dieser zweite Effekt hat noch wenig Beachtung gefunden, obwohl er schon deshalb besonders interessant ist, weil er auch von Nordström auf Grund seiner Gravitationstheorie gefordert wird, während nach Nordström keine Ablenkung des Lichtes im Gravitationsfelde stattfindet. Einstein hat in seiner Arbeit schon auf die Untersuchungen von L. F. Yewell und Chr. Fabry und H. Buisson hingewiesen, welche eine Verschiebung der Linien des Sonnenspektrums nach dem Roten festgestellt haben, wie es dem zweiten Effekte gemäß der Fall sein müßte. Jene Verfasser haben diese Verschiebungen jedoch als Druckverschiebungen angesprochen.

Nun ist in letzter Zeit eine Arbeit von J. Evershed, dem Direktor des Kodaikanal Observatory, erschienen, betitelt: „A new interpretation of the general displacement of the lines of the solar spectrum towards the red“ (Kodaik. Observatory Bulletin, Nr. 36), welche diese Frage in ein neues Stadium deswegen rückt, weil Evershed auf Grund dieser Messungen von ca. 140 Linien des Sonnenspektrums zu dem Resultat gelangt, daß Druckeinflüsse unmöglich bei der allgemeinen Verlagerung der

Linien nach dem Roten in Betracht kommen können. Da Evershed jedoch offenbar keine andere Erklärungsweise für Linienverschiebungen kennt als Verschiebungen durch Druck oder durch Bewegungen im Visionsradius, so bleibt ihm nur die letztere Erklärung für seine Beobachtungen übrig, und er entwickelt eine Theorie, auf Grund welcher gewisse Strömungen in den oberen Schichten der Sonne, die nach innen gerichtet sind, diese Verschiebung der Linien nach dem Roten verursachen sollen. Ich will diese Theorie hier keiner Kritik unterziehen, da die sehr komplizierten Erscheinungen auf der Sonne sehr eingehende Spezialuntersuchungen voraussetzen, ich möchte jedoch darauf hinweisen, daß die von Einstein und Nordström geforderte Linienverschiebung die Messungen von Evershed zwanglos zu deuten erlauben und auch quantitativ die Übereinstimmung eine überraschend gute ist, wenn man die Kleinheit des Effektes bedenkt.

Daß die Druckverhältnisse nicht an der Linienverschiebung schuld sein können, erhellt nach Evershed daraus, daß Linien des gemessenen Bereiches, die absolut verschieden druckempfindlich sind, der Größenordnung und dem Vorzeichen nach gleiche Verschiebungen liefern. Ich gebe hier in der Tabelle I einen Teil der entsprechenden Tabelle von Evershed wieder. In der ersten Kolonne stehen die zugehörigen Wellenlängen der Linien, in der zweiten die gemessenen Verschiebungen (positives Vorzeichen bedeutet Verlagerung nach dem roten Ende zu), und in der dritten Kolonne die Verschiebung, die bei 9 Atm. Druck resultieren müßte. Die Einheit ist 0,001. Man sieht, daß in den Messungen Sonne—Vergleichsspektrum sich nicht der geringste Druckeinfluß offenbart. Die Vergleichung dieser Werte mit den von Fabry und Buisson (Astrophys. Journ. Bd. 31) gefundenen liefert eine recht gute Übereinstimmung, nur erhalten Fabry und Buisson für solche Linien, die druckempfindlich sind, stärkere negative Werte, wo Evershed entweder ganz kleine negative Verschiebungen findet oder noch schwach positive. Da nun gerade für diese Linien Fabry und Buisson beim Übergang vom Lichtbogen im Vakuum zu einem Lichtbogen unter Atmosphärendruck (der Lichtbogen liefert das Vergleichsspektrum) unsymmetrische Erweiterungen der Linien nach dem Roten zu finden, die zu systematischen Verfälschungen Anlaß geben, so schalten Fabry und Buisson nach einer eingehenden Diskussion diese Linien aus der weiteren Verwendung für die Druckbestimmung aus und leiten auf Grund der Rotverschiebung der übrigen Linien einen Druck von ca. 4—5 Atm. für die umkehrende Schicht in der Sonne ab. Evershed beanstandet nun diese Folgerungen, weil bei seiner Versuchsanordnung speziell bei seinem Lichtbogen auch die von Fabry und Buisson beanstandeten Linien fein und scharf definiert sind, so daß kein Grund vorliegt, dieselben auszuschalten; da vielmehr bei seinen Messungen diese Linien keine Ausnahmewerte liefern, obwohl sie besonders druckempfindlich sind, so kommt er zu dem wichtigen Ergebnis, daß die gemeinsame Verschiebung der Linien nach dem roten Ende zu nicht durch Druck hervorgerufen sein kann, daß vielmehr, wie eine eingehende Diskussion zeigt, in der umkehrenden Schicht ein Druck herrschen muß, der kleiner als eine Atmosphäre ist, so daß die Linien im Gegenteil ein wenig nach dem violetten Ende hin verschoben sein müßten. Um die in der Tat beobachteten Verschiebungen nach dem Roten hin zu deuten, nimmt Evershed Bewegungen der Schichten in der Visionslinie an; ich möchte hier jedoch darauf hinweisen, daß der von Einstein und Nordström vermutete Effekt ebenso zwanglos die Erscheinungen zu erklären vermag.

Tabelle I.

λ Rowland	Sonne—Vergleichsspektrum	Druckverschiebung bei 9 Atm. Druck
4071,908	+ 5	+ 21
4132,235	+20	+ 22
4144,038	+14	+ 20
4181,919	+ 3	+ 22
4187,204	+ 7	+111
4187,643	+ 8	+108
4191,595	— 1	+110
4199,267	+10	+ 32
4202,198	+17	+ 15
4219,516	+15	+ 26

Wenn man die Linien in drei Gruppen zusammenfaßt und nur die weniger druckempfindlichen Linien berücksichtigt, so erhält man die in Tabelle II wiedergegebenen Werte für die gemessenen mittleren Verschiebungen, neben welche ich die aus der Einsteinschen Formel folgenden gesetzt habe. Der dritte Wert in der zweiten Kolonne stimmt übrigens nicht ganz mit dem von Evershed abgeleiteten Wert überein, weil ich ein oder zwei Werte, die Evershed selbst als unzuverlässig bezeichnet, fortgelassen habe. Bei Evershed steht dafür 0,0089. Fabry und Buisson haben für zwei entsprechende

Tabelle II.

Mittl. Wellenlänge der Gruppe λ_m	Verschiebung, gemessen nach Evershed	Verschiebung nach Einstein
4040	+0,0078	+0,0081
4500	+0,0071	+0,0090
5170	+0,0093	+0,0103

Gruppen die in Tabelle III angegebenen Werte gemessen.

Tabelle III.

λ_m	gemessen	nach Einstein
4250	+0,0062	+0,0085
5300	+0,0103	+0,0106

Wenn auch die gute Übereinstimmung noch keine zwingenden Schlüsse gestattet, da der vermessene Spektralbereich zu klein ist, so scheint mir doch eine Deutung der Beobachtungen auf Grund der Einsteinschen Hypothese nicht minder möglich als auf Grund der Hypothese von Evershed, der nach innen gerichtete Strömungen annimmt, deren Dopplereffekt zu den gemessenen Linienverschiebungen Veranlassung gibt, wenn auch noch weitere Gesichtspunkte für ihn bei der Entwicklung seiner Überlegungen maßgebend waren. Vielleicht wird eine andere bisher noch nicht aufgeklärte Erscheinung die Entscheidung über die mögliche Deutung der Beobachtungen liefern. Halm hat nämlich (Astr. Nachr. Bd. **173**) nachgewiesen, daß die Verschiebung der Linien nach dem roten Ende hin gegen den Rand der Sonne anwächst. Wenn man nun annimmt, daß die Linien am Rande der Sonne tieferen Schichten entsprungen, wie das z. B. Halm in der Tat voraussetzt, so müssen dieselben auch, da sie auf dem Wege zur Erde einen stärkeren Potentialabfall erleben, stärker nach dem Roten hin verschoben sein. Evershed kann natürlich mit seiner Strömungshypothese diese Zunahme der Verschiebung nach dem Rande hin nicht ohne weiteres erklären, er kündet aber an, daß er in einer späteren Abhandlung auch dieser Erscheinung gerecht zu werden hofft, jedenfalls aber nachweisen könne, daß auch hier Druckeinflüsse nicht maßgebend seien. Nach seinen Andeutungen soll ein direkter Einfluß der Erde diese Rotverschiebung am Rande der Sonne hervorrufen; dann bleibt es jedoch rätselhaft, warum sich ein entsprechender Einfluß der übrigen Planeten nicht bemerkbar macht, der ebenso groß, wenn nicht größer sein könnte und Perioden hätte, die Schwankungen der Linienverschiebungen im Laufe des Jahres verursachen müßten, was nicht beobachtet ist. Jedenfalls muß man den von Einstein und Nordström vermuteten Effekt bei solchen Messungen stets mit in Rechnung ziehen, da der unzweifelhafte Nachweis seiner Existenz von großer Wichtigkeit wäre und bisher keine andere Möglichkeit besteht, denselben nachzuweisen. Das vorhandene Material scheint in der Tat die theoretischen Vermutungen zu stützen.

Neubabelsberg, Kgl. Sternwarte, 26. März 1914.

(Eingegangen 28. März 1914.)

Über die Relativität der Beschleunigungen in der Mechanik.

Von H. Reißner, Charlottenburg.

Das Relativitätspostulat kann für beschleunigte Bewegungszustände, soweit ich sehe, nach zwei Richtungen erweitert werden, nämlich durch die zwei wesentlich voneinander verschiedenen Forderungen:

1. Es soll die in der Newtonschen Mechanik geltende vollkommene Äquivalenz zwischen äußeren Kräften (insbesondere den Schwerkräften) und den Trägheitskräften, auch im Bereich elektromagnetisch-optischer und thermodynamischer Erscheinungen durchgeführt werden (Einsteinsche Äquivalenzhypothese).

2. Es soll verlangt werden, daß nicht nur absolute Geschwindigkeit, sondern überhaupt absolute Bewegung, insbesondere Beschleunigung unerkennbar sein soll. Die Forderung ist schon von Mach aufgestellt, aber bisher noch nicht durchgeführt worden, vielmehr haben neuere Forscher mehrfach die Berechtigung eines solchen Postulats entschieden bestritten.

Ich möchte nun demgegenüber zeigen, daß die Durchführung dieses letzteren Postulats sich sehr einfach gestalten läßt, wobei zwar die Grundlagen der Newtonschen Mechanik, aber nicht merklich deren Ergebnisse geändert werden.

Für diese erste Orientierung soll nur von Massenpunkten die Rede sein, obgleich es später nötig sein wird, die Ergebnisse durch Grenzübergang aus einem Kontinuum zu stützen.

Es sollen ferner alle Geschwindigkeiten als klein gegen die Lichtgeschwindigkeit angesehen werden, so daß solche Fragen, wie die Fortpflanzung der Wechselwirkung von Massen, durch den leeren Raum nicht auftreten.

Ich gehe zur Begründung einer beschleunigungsrelativen Mechanik folgendermaßen vor:

1. Es hat keinen Sinn von einer Beschleunigung oder von einer kinetischen Energie eines unabhängigen Massenpunktes zu sprechen, dagegen hat folgende Aussage einen Sinn:

Die kinetische Energie in beschleunigungsrelativer Form.

Zwei Punkte mit den gravitierenden Massen m_1 und m_2 in der Entfernung r voneinander besitzen eine kinetische Energie, die proportional dem Produkt der beiden Massen, ferner eine quadratische Funktion ihrer Gegengeschwindigkeit $\dot{r}$ ist und die zunächst auch den Abstand r enthalten darf. Also:

$$T = m_1 m_2 \dot{r}^2 f(r). \qquad (1)$$

Es soll dann der Energiesatz für dieses abgeschlossene System von zwei Massenpunkten gelten, nämlich:

$$T - U = \text{const}, \qquad (2)$$

wo $-U$ die potentielle Energie der Gravitation dieser beiden allein auf der Welt vorhanden gedachten Massen und

$$U = \gamma \frac{m_1 m_2}{r} \qquad (3)$$

In diesem Ansatz liegt schon die Aussage, daß ein einzelner Massenpunkt weder potentielle noch kinetische Energie besitzt, wenn nämlich m_1 oder $m_2 = 0$ wird.

Energiesatz (3) liefert nun:

$$\dot{r}^2 f(r) - \gamma r^{-1} = \text{const}$$

$$\dot{r}^2 = \frac{\gamma}{r f(r)} + \frac{\text{const}}{f(r)}.$$

Da nun die Geschwindigkeit $\dot{r}$ bei unendlich großem Abstand der beiden Massen jeden beliebigen endlichen, vorgeschriebenen Wert muß annehmen können, muß $f(r)$ entweder sich asymptotisch im Unendlichen einer Konstanten nähern oder überhaupt eine Konstante sein. Es liegt zunächst kein Grund vor, diese letztere einfachste Annahme nicht zu machen und wir setzen also

$$T = \delta m_1 m_2 \dot{r}^2$$

und nach dem Energiesatz:

$$\dot{r}^2 = \frac{\gamma}{\delta r} + \frac{\text{const}}{\delta}.$$

$\dot{r}_\infty = \sqrt{\frac{\text{const}}{\delta}}$ ist also die Gegengeschwindigkeit, welche die beiden Massen bei der angenommenen Anfangsbedingung (des Wertes der Konstante) bei sehr großer Entfernung voneinander annehmen würden.

Die Gesamtenergie zweier Massen ist also hier getrennt worden in eine potentielle und eine kinetische Energie. Ob und wie diese Energieformen bei Geschwindigkeiten, die mit der Lichtgeschwindigkeit von derselben Größenordnung sind, zu einem einzigen Ausdruck, analog demjenigen der Relativitätstheorie vereinigt werden können, kann rein mechanisch wohl nicht ermittelt werden.

Die Kraft in beschleunigungsrelativer Form.

Aus dem Energieausdruck (2) soll die Bewegungsgleichung zwischen zwei allein existierenden Massenpunkten abgeleitet werden in der Lagrangeschen Form:

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial}{\partial \dot{r}}(T-U)\right] - \frac{\partial}{\partial r}(T-U) = 0.$$

Dieser Ausdruck kann zerlegt werden in den Beitrag der Gravitationskraft

$$K_g = \frac{\partial U}{\partial r}$$

und den Beitrag der Trägheitskraft

$$K_t = \frac{d}{dt}\left(\frac{dT}{d\dot{r}}\right) - \frac{\partial T}{\partial r} = {}^1\!/_2\, \delta m_1 m_2 \ddot{r}. \qquad (4)$$

Dieses erst durch das Vorhandensein von mindestens zwei Massen bedingte Bewegungsgesetz lautet demnach:

Zwei Massenpunkte (wenn sie allein auf der Welt existierten) setzen einer Gegenbeschleunigung $\ddot{r}$ einen Widerstand entgegen vom Betrage ${}^1\!/_2\, \delta m_1 m_2 \ddot{r}$.

Dagegen hat es keinen Sinn von einer Beschleunigung dieser Punkte in irgendeiner anderen Richtung zu sprechen.

Oder wenn man will, kann man auch sagen, daß eine Kraft in irgendeiner anderen Richtung nicht entstehen kann.

Oder schließlich der Raum zweier Massenpunkte ist eindimensional.

Der Raum wird erst mehrdimensional durch das Hinzutreten von anderen Massenpunkten, bzw. es werden Beschleunigungen und Geschwindigkeiten in anderer Richtung als der der Verbindungslinie der zwei ersten Massenpunkte erst bemerkbar bei Vorhandensein weiterer Massen.

Um nun weiter zu kommen, sei die einfachste Annahme gemacht, daß beim Hinzukommen weiterer Massenpunkte nicht nur die Gravitationskräfte, sondern auch die Trägheitskräfte sich geometrisch addieren.

Aus dieser Annahme wird dann die allgemeine Massenträgheit und insbesondere das Newtonsche Bewegungs- und Trägheitsgesetz in einer Form fließen müssen, die letzteres als eine außerordentlich gut angenäherte Aussage des beschleunigungsrelativen Bewegungs- und Trägheitsgesetzes erkennen lassen muß.

Zur Aufstellung eines solchen Gesetzes muß nun jetzt ein Koordinatensystem gewählt werden, das irgendwie gegen die vorhandenen, übrigens sehr zahlreich angenommenen Massenpunkte festgelegt wird. Es soll dann die folgende Frage beantwortet werden:

Gibt es in der oben angesetzten beschleunigungsrelativen Mechanik ein Koordinatensystem, für welches das Newtonsche Bewegungsgesetz wenigstens mit genügend großer Annäherung gilt und welches also bisher für ein absolutes gehalten wurde?

Die resultierende Trägheitskraft in der Richtung der X-Achse an einem Massenpunkt mit der Masse m_1 und den Koordinaten $x_1\ y_1\ z_1$ infolge der Wirkung der anderen Massen $m_2 \cdots m_n \cdots m_r$ hat nach unserem Ansatz den Wert:

$$X = m_1 \delta \Sigma m_n \ddot{r}_{1n} \frac{x_n - x_1}{r_{1n}}. \qquad (4a)$$

Drücken wir r_{1n} und $\ddot{r}_{1n}$ durch die Koordinaten aus, so ergibt sich:

$$\ddot{r}_{n1}=\frac{1}{r_{n1}}\left[(\ddot{x}_n-\ddot{x}_1)^2+\cdots+(x_n-x_1)(\ddot{x}_n-\ddot{x}_1)+\cdots\right]$$
$$-\frac{1}{r_{n1}^3}\left[(x_n-x_1)(\dot{x}_n-\dot{x}_1)+\cdots\right]^2.$$

Legen wir den Anfangspunkt des Koordinatensystems für den betrachteten Augenblick in bzw. auf Ort und Geschwindigkeit mit m_1 zusammen und trennen wir diesen Ausdruck in einen Anteil, der den Faktor $\ddot{x}_1$ enthält und einen Ausdruck, der alle übrigen Glieder enthält, so gewinnen wir die Trägheitskraft in der Form:

$$\left.\begin{aligned} X=&-m_1\ddot{x}_1\delta\Sigma m_n\frac{x_n^2}{r_{n1}^3}\\ &-m_1\ddot{y}_1\delta\Sigma m_n\frac{x_ny_n}{r_{n1}^3}-m_1\ddot{z}_1\delta\Sigma m_n\frac{x_nz_n}{r_{n1}^3}\\ &+m_1\delta\Sigma m_n\frac{\ddot{r}_{n0}x_n}{r_{n1}^3}. \end{aligned}\right\}\quad(4b)$$

Wir haben also jetzt ein Koordinatensystem, dessen Anfangspunkt in Ort und Geschwindigkeit mit Punkt 1 mitgeht, aber gegen diesen die Beschleunigungen $\ddot{x}_1$, $\ddot{y}_1$, $\ddot{z}_1$ besitzt, $\ddot{r}_{n0}$ soll dann die Entfernungsbeschleunigung des Punktes n gegen diesen Koordinatenanfangspunkt bedeuten.

Die gewöhnlichen Newtonschen Bewegungsgleichungen in den drei Achsen gelten dann, wenn die folgenden Gleichungen genau oder mit genügend großer Näherung erfüllt sind:

$$\Sigma m_n\frac{x_ny_n}{r_{n1}^2}=\Sigma m_n\frac{x_nz_n}{r_{n1}^2}=\Sigma m_n\frac{y_nz_n}{r_{n1}^2}=0\quad(5)$$

$$\delta\Sigma m_n\frac{x_n^2}{r_{1n}^2}=\delta\Sigma m_n\frac{y_n^2}{r_{n1}^2}=\delta\Sigma m_n\frac{z_n^2}{r_{n1}^2}=1\quad(6)$$

$$\Sigma m_n\frac{\ddot{r}_{n0}x_n}{r_{n1}^2}=\Sigma m_n\frac{\ddot{r}_{n0}y_n}{r_{n1}^2}=\Sigma m_n\frac{\ddot{r}_{n0}z_n}{r_{n1}^2}=0.\quad(7)$$

Die Gl. (5) werden erfüllt sein, wenn die Massenverteilung der leuchtenden und nichtleuchtenden Himmelskörper gewisse Polarsymmetrie besitzt.

Die Gl. (6) geben die Bedeutung der Konstante δ, wenn man setzt

$$\sum\frac{m_nx_n^2}{r_{n1}^2}=\frac{1}{3}\sum m_n\frac{x_n^2+y_n^2+z_n^2}{r_{n1}^2}=\frac{1}{3}\sum m_n$$

in der Beziehung

$$\delta=\frac{1}{\frac{1}{3}\sum m_n}$$

und lassen erkennen, daß nach diesen Ansätzen die Proportionalität zwischen träger und gravitierender Masse gewahrt ist.

Die Kleinheit der Konstante δ des Wechselwirkungsgesetzes der Trägheit erklärt, daß zwar je zwei Massen ihrer Gegenbeschleunigung widerstehen, daß diese Wirkung aber unmeßbar klein gegenüber der Trägheitskraft aller übrigen Massen ist.

Andererseits zeigt der Wert von $\delta=\frac{3}{\Sigma m}$, daß Gl. (4) kein eigentliches Elementargesetz ist, da bei der Wechselwirkung zwischen je zwei Massen alle übrigen Massen einen Einfluß auf δ haben. Dagegen erscheint das Newtonsche Gravitationsgesetz mit einem festen Wert der Gravitationskonstante γ, der von der Anwesenheit der übrigen Massen unabhängig ist, als wahres Elementargesetz.

Allerdings kann man dies Verhalten auch umkehren. Wenn man z. B. die Massen im Gravitationsmaß einführt, so muß man die kinetische Energie $T=\frac{\delta}{\gamma}m_1m_2r^2$ schreiben, und dann würde sich ergeben $\frac{\delta}{\sqrt{\gamma}}=\frac{1}{3\Sigma m}$. Man könnte dann δ als von der Zahl der Massen unabhängige Konstante und γ als abhängig von Σm betrachten.

Die oben auseinandergesetzte Auffassung der Massenträgheit braucht sich zwar in ihren Konsequenzen nicht merklich von der Newtonschen zu unterscheiden; sie erfüllt aber die Machsche Forderung der Unfeststellbarkeit von Beschleunigung gegen den leeren Raum, insbesondere gibt sie auf den Einwand der Absolutmechaniker, daß die Zentrifugalkräfte der Rotation von Körpern einen Nachweis absoluter Rotation ergäben, die folgende Antwort:

Einesteils entsprechen diesen Zentrifugalkräften gleich große und entgegengesetzte Zentrifugalkräfte, die auf alle übrigen Massen der Welt verteilt sind, so zwar, daß ganz dieselben Kräfte und Gegenkräfte entständen, wenn wir den rotierenden Körper in Ruhe und den Fixsternhimmel rotierend dächten. Zwischen beiden Bewegungsvorstellungen ist eben nach den oben durchgeführten Ansätzen kein Unterschied.

Merkliche Zentrifugalkräfte entstehen immer dann, wenn ein Körper gegen eine gewisse Mittellage aller anderen Körper rotiert. Er übt dann auf jeden anderen Körper Zentripetalkräfte aus, aber diese sind wegen ihrer Verteilung auf alle Massen der Welt unmerklich.

Die drei Gleichungen (7) bestimmen für jeden Punkt des Raumes und jeden Augenblick das Verhalten dreier Inertialebenen gegen die Massen der Welt, und zwar genau genommen für jeden Punkt und für jeden Augenblick anders, da die Massen der Welt durcheinander beschleunigt sind.

Jedoch folgt wohl aus astronomisch-statistischen Überlegungen, daß die räumlichen und zeitlichen Veränderungen für irdisch sehr große Räume und Zeiten unmerklich sind.

Um noch weiteres über die Bestimmung des beschleunigungsrelativen Inertialsystems aussagen zu können, wird es nötig sein, die Trägheitsdrehmomente auf einen kleinen Körper nach den obigen Ansätzen zu untersuchen und den Eulerschen Kreiselgleichungen der beschleunigungsabsoluten Mechanik gegenüberzustellen.

Die kinetische Energie des Massenpunktes und das Linienelement des Raumes.

Das Trägheitsgesetz für einen Massenpunkt kann aus der Nullsetzung der Trägheitskraft K_ℓ gefolgert werden. Bequemer ist es aber, den Erhaltungssatz der Energie hierbei zu benutzen.

Der Energiesatz liefert nach Gl. (2)

$$T - U = \text{const.}$$

$$\Sigma\Sigma m_r m_s (\delta r_{rs}^2 - \gamma r_{rs}^{-1}) = \text{const.}$$

und soll nun eine Aussage für den Massenpunkt m_1 liefern. Zu dem Zweck schreiben wir diese letzte Gleichung wie folgt:

$$m_1 \sum m_s (\delta r_{1s}^2 - \gamma r_{1s}^{-1}) + \sum_{2}\sum_{2} m_r m_s (\delta r_{rs}^2 - \gamma r_{rs}^{-1}) = \text{const.},$$

wo in der zweiten Summe der Index 1 nicht mehr auftritt.

Da man die Wirkung der Trägheit allein ohne die Gravitation auf den Massenpunkt m_1 haben will, dürfen wir im ersten Gliede den Summand γr_{1s}^{-1} fortlassen und erhalten:

$$m_1 \delta \sum m_s r_{1s}^2 = = -\sum_{2}\sum_{2} m_r m_s (\delta r_{rs}^2 - \gamma r_{rs}^{-1}) + \text{const.}$$

Das erste Glied der rechten Seite bedeutet die Gesamtenergie (Gravitations- und kinetische) aller übrigen Massen und darf wegen der geringen Bedeutung des Teilchens m_1 für die übrige Welt konstant gesetzt werden.

Drückt man ferner r_{1s} in kartesischen Koordinaten aus, so schreibt sich die obige Gleichung

$$m_1 \delta \sum m_s \frac{[(x_s - x_1)(\dot{x}_s - \dot{x}_1) + (y_s - y_1)(\dot{y}_s - \dot{y}_1) + (z_s - z_1)(\dot{z} - \dot{z}_1)]^2}{r_{s_1}^2} = \text{const.}$$

oder nach Herausziehung von $\dot{x}_1^2$, $\dot{x}_1$, $\dot{y}_1^2$ usw. aus den betreffenden Summen:

$$\left.\begin{aligned} m_1 \delta \Big[& \dot{x}_1^2 \sum \frac{m_s (x_s - x_1)^2}{r_{s_1}^2} + \dot{y}_1^2 \sum \frac{m_s (y_s - y_1)^2}{r_{s_1}^2} + \dot{z}_1^2 \sum \frac{m_s (z_s - z_1)^2}{r_{s_1}^2} + \\ & + 2\dot{x}_1 \dot{y}_1 \sum m_s \frac{(x_s - x_1)(y_s - y_1)}{r_{s_1}^2} + 2\dot{x}_1 \dot{z}_1 \sum m_s \frac{(x_s - x_1)(z_s - z_1)}{r_{s_1}^2} + \\ & + 2\dot{y}_1 \dot{z}_1 \sum m_s \frac{(y_s - y_1)(z_s - z_1)}{r_{s_1}^2} \\ & - 2\dot{x}_1 \sum m_s \frac{\dot{x}_s (x_s - x_1)^2 + \dot{y}_s (y_s - y_1)(x_s - x_1) + \dot{z}_s (z_s - z_1)(x_s - x_1)}{r_{s_1}^2} \\ & - 2\dot{y}_1 \sum m_s \frac{\dot{y}_s (y_s - y_1)^2 + \dot{z}_s (z_s - z_1)(y_s - y_1) + \dot{x}_s (x_s - x_1)(y_s - y_1)}{r_{s_1}^2} \\ & - 2\dot{z}_1 \sum m_s \frac{\dot{z}_s (z_s - z_1)^2 + \dot{x}_s (x_s - x_1)(z_s - z_1) + \dot{y}_s (y_s - y_1)(z_s - z_1)}{r_{s_1}^2} \end{aligned}\right| \quad (8)$$

Multipliziert man diesen Ausdruck mit dem Quadrat des Zeitelements dt^2, so entsteht eine homogene quadratische Funktion der vier Größen dx, dy, dz, dt mit Koeffizienten g_{xy}, g_{xt} usw., die Funktionen des Ortes sind und man bemerkt die Gleichartigkeit dieser Funktion mit dem Linienelement des Einstein-Großmannschen Gravitationsraumes. Dieser Ausdruck geht nur dann in den der Newtonschen Mechanik über, $m_1 \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = \text{const.}$, wenn, wie in Gl. (6),

$$\delta \sum m_s \frac{(x_s - x_0)^2}{r_{s_0}^2} = \delta \sum m_s \frac{(y_s - y_0)^2}{r_{s_0}^2} = = \delta \sum m_s \frac{(z_s - z_0)^2}{r_{s_0}^2} = 1$$

und die übrigen Faktoren gleich Null gesetzt wird.

Letzteres wird zwar aus statistischen Gründen im Verhältnis zu den ersteren Faktoren mit sehr großer Annäherung, aber immerhin nicht genau zutreffen.

Man kann nun entweder, wie es hier bisher geschehen ist, diese Abweichungen der Bewegung des Massenpunktes von der Bewegung der beschleunigungsabsoluten Mechanik dem Trägheitseinfluß der übrigen Massen zuschreiben oder man kann die Schuld an diesem abweichenden Verhalten der geometrischen Struktur des leeren Raumes in die Schuhe schieben.

Analog hat ja H. A. Lorentz die Kontraktion der Körper und die Gangänderung der

Uhren bei Geschwindigkeitsänderung den elektromagnetischen, ponderomotorischen Kräften zugeschrieben, während Einstein und Minkowski die Eigenschaften der Raum—Zeitwelt dafür verantwortlich gemacht haben.

Es scheint mir, daß Herr Einstein bei dem Ansatz[1]) des Linienelements des Gravitationsraumes auch weiterhin für die beschleunigungsrelative Physik, die Absicht hatte, den Einfluß des Gravitationsfeldes durch rein geometrischen Eigenschaften der Raum—Zeitwelt auszudrücken und daß mein obiger Ansatz (8) der kinetischen Energie des Massenpunktes, der mit Einsteins Hamiltonscher Funktion H und dem Linienelement ds des Raumes der verallgemeinerten Relativitätstheorie der Form nach[1]) übereinstimmt und deren Koeffizienten $g_{\mu\nu}$ als Funktionen der Koordinaten angibt, ein erstes physikalisches Beispiel für ein solches nichteuklidisches Linienelement liefert.

Wird Ausdruck (8) als Linienelement aufgefaßt, dann wird damit zwar die Isotropie des Raumes aufgegeben, dagegen das bisherige Trägheitsgesetz der gleichförmigen Bewegung in kürzester Bahn bei Abwesenheit von Kräften aufrecht erhalten.

Es wäre dann so, als ob der Raum und seine geometrischen Eigenschaften erst durch die Anwesenheit der Massen erzeugt würde und die Koeffizienten der resultierenden Geschwindigkeit (8) bei Einstein $g_{\mu\nu}$ die Art der Längen- und Zeitmessung in jedem Punkte vorschreiben.

Die oben gegebenen Ansätze enthalten in ihren Koeffizienten die Abstände entfernter Massenpunkte und sind also zunächst auf der Vorstellung einer Fernwirkung aufgebaut.

Es erscheint nun offenbar wünschenswert, die Massenträgheit auch vom Standpunkt der Feldwirkung darzustellen ohne explicite Kenntnis der Lage und relativen Bewegung der entfernten Massen. Dazu wäre es nötig, die Koeffizienten der lebendigen Kraft (8) (bei Einstein $g_{\mu\nu}$) als Integrale von Differentialgleichungen (erweiterten Laplaceschen) darzustellen. Wie dem auch sei, jedenfalls ist es nicht das Gravitationspotential allein, welches hierbei in Betracht kommt, denn die Koeffizienten von der Form $\sum m \frac{xy}{r^2}$ sind nicht aus dem Potential $\sum \frac{m}{r}$ ableitbar wie daraus hervorgeht, daß zu einem und demselben Gravitationspotential $\sum \frac{m}{r}$ sehr verschiedene Werte von $\sum m \frac{xy}{r^2}$ durch geeignete Massenverteilungen konstruiert werden können.

1) A. Einstein und M. Großmann, Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation, 1913 (Teubner), S. 7.

Nach Einstein dürften sie überhaupt nicht aus einer skalaren Funktion ableitbar sein.

Was hier über Trägheitskräfte ponderabler Massen zu formulieren versucht wurde, das wird sicher auch für alle Kräfte, z. B. für die ponderomotorischen Kräfte an elektrischen Ladungen gefordert werden müssen. Es werden also auch die Maxwellschen elektromagnetischen Gleichungen so ausgesprochen werden müssen, daß ein einzelnes Elektron durch sein eigenes Feld allein keine Wirkungen erfährt, sondern erst bei Anwesenheit entweder von anderen elektrischen Ladungen oder von ponderablen Massen. Ist dies vielleicht auch Herrn Einsteins erwünschtes Nebenergebnis gewesen, als er Lichtgeschwindigkeit und Gravitationspotential bis auf eine Konstante gleich setzte? Diese Konstante müßte dann freilich bei einem isolierten elektrischen Teilchen Null werden dürfen, so daß bei Abwesenheit von gravitierenden Massen die Maxwellschen Gleichungen keinen Inhalt mehr haben.

Die vorstehende Skizze stellt freilich nur denjenigen Teil der Beschleunigungsrelativität dar, der sich auf die Mechanik allein bezieht. Die weiteren Postulate, daß absolute Beschleunigung auch nicht optisch, elektrisch, thermodynamisch und elastisch festgestellt werden kann und daß auch durch letztere Mittel Trägheitskräfte von Schwerekräften nicht unterscheidbar sind, werden diese Erweiterung der Relativitätstheorie erst wahrhaft fruchtbar machen, mit einem Erfolge, dem man meiner Meinung nach mit der größten Spannung entgegensehen muß.

(Eingegangen 21. März 1914.)

Über den Energiesatz in der Gravitationstheorie.

Von Gunnar Nordström.

In einem Aufsatz in dieser Zeitschrift, wo Herr Gustav Mie die Einsteinsche Gravitationstheorie behandelt[1]), äußert er sich auch über die von mir entwickelte Theorie[2]) und behauptet, in derselben einen Widerspruch mit dem Energiesatz zu finden. Herr Mie stützt seine Behauptung auf die untenstehende Formel (a), die er aus den Grundsätzen seiner Theorie[3]) ableitet, von welcher Formel er aber behauptet, daß sie in jeder Gravitationstheorie gelten müsse, in welcher der Energiesatz die richtige Form hat. Ich werde indessen zeigen, daß der Miesche Beweis für die Formel keineswegs von besonderen Voraussetzungen frei ist, und daß es ganz natürlich ist, daß sie in meiner

1) G. Mie, diese Zeitschr. **15**, 115 und 169, 1914.
2) G. Nordström, diese Zeitschr. **13**, 1126, 1912; Ann. d. Phys. **40**, 856, 1913, zitiert als I; Ann. d. Phys. **42**, 533, 1913, zitiert als II.
3) G. Mie, Ann. d. Phys. **40**, 25, 1913.

Theorie nicht gilt. Damit wird dem Mieschen Einwand gegen meine Theorie der Grund entzogen. Ich benutze zugleich die Gelegenheit, um den Energiesatz im Zusammenhang mit meiner Gravitationstheorie etwas näher zu behandeln.

Die Formel, worauf Herr Mie sich stützt, lautet:

$$-g \cdot \nu = \frac{\partial H}{\partial \Phi}. \qquad (a)$$

Bei Anwendung auf meine Gravitationstheorie bedeutet hier ν die Ruhmassendichte und g den Gravitationsfaktor. g ist in meiner neuen Theorie eine Funktion des Gravitationspotentials Φ

$$g = \frac{c^2}{\Phi + A} = \frac{c^2}{\Phi'}.$$

In den Mieschen Bezeichnungen hat man für g

$$g = \frac{\varkappa}{1 - \varkappa \omega},$$

wo $\varkappa$ die Gravitationskonstante ist. Der Mieschen Größe H entspricht in meiner Theorie die Größe

$$\Psi + \frac{1}{2}\left\{(\nabla \Phi)^2 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right)^2\right\},$$

wo Ψ die Ruhenergiedichte der Materie ist. Doch sind diese beiden Größen nicht vollkommen identisch.

Bevor ich auf den Energiesatz eingehe, möchte ich kurz auf die tiefgehenden prinzipiellen Unterschiede hinweisen, die, trotz einer formalen Ähnlichkeit, zwischen der Mieschen Gravitationstheorie einerseits und meinen beiden Theorien andererseits bestehen. Zunächst ist zu bemerken, daß Herr Mie keinen prinzipiellen Unterschied zwischen Äther und Materie annimmt; die Materie wird durch sehr hohe Werte gewisser Zustandsgrößen charakterisiert; im Äther sind diese Größen zwar sehr klein, aber nicht streng null. In meinen Theorien dagegen sind Materie und Äther (= leerer Raum) voneinander prinzipiell verschieden. Der Zustand der Materie wird durch einen vierdimensionalen Tensor T charakterisiert, dessen sämtliche Komponenten in einem Punkte der Materie nicht null sein können; im Äther sind sämtliche Komponenten von T dagegen streng null. Ein weiterer wichtiger Unterschied ist der, daß in der Mieschen Theorie elastische Spannungen in der Materie als Zustandsgrößen nicht vorkommen, während sie in meinen Theorien ganz wesentlich für die Charakterisierung des Zustandes der Materie sind. Deswegen ist die Anzahl voneinander unabhängiger Zustandsgrößen, die den physikalischen Zustand bestimmen, bei mir größer als bei Mie. Mit dem Angeführten hängt zusammen, daß Herr Mie keine eigentlichen Bewegungsgleichungen für einen beliebigen Raumteil aufstellen kann. Die Miesche Dynamik ist auf vollständige, abgeschlossene Systeme beschränkt, während in meinen Theorien die von Herrn v. Laue gegebene Dynamik[1]) für einen beliebigen, von Materie erfüllten Raumteil gültig ist. Es hat in meinen beiden Theorien der Bewegungsvektor (die vierdimensionale Geschwindigkeit) für jeden Punkt der Materie einen bestimmten Sinn, so daß der Bewegungszustand der Materie wohl definiert ist. In der Mieschen Theorie ist die Sachlage eine andere.

Ich will nun den Impuls-Energiesatz vom Standpunkt meiner Theorie erörtern. Auf die Materie wirken im allgemeinen Falle ein elektromagnetisches und ein Gravitationsfeld. Diese Felder verursachen in der Materie einen Spannungs- und Bewegungszustand, welcher durch den Tensor T und den Bewegungsvektor $\mathfrak{B}$ charakterisiert wird. Die Wirkung des Gravitationsfeldes drückt sich durch einen vierdimensionalen Tensor G, und die Wirkung des elektromagnetischen Feldes durch einen vierdimensionalen Tensor L aus; das Gesetz der Wirkung ist nach den allgemeinen Grundsätzen der Relativitätstheorie in dem System folgender vier Gleichungen enthalten[2]) (der Kürze wegen sind nur die erste und die letzte ausgeschrieben):

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial x}(G_{xx}+L_{xx}+T_{xx})+\frac{\partial}{\partial y}(G_{xy}+L_{xy}+T_{xy})+\frac{\partial}{\partial z}(G_{xz}+L_{xz}+T_{xz})+\frac{\partial}{\partial u}(G_{xu}+L_{xu}+T_{xu})=0,\\
&\qquad\qquad\qquad

die Komponenten des Energiestromes $\mathfrak{S}^g$ im Gravitationsfelde und

$$\psi^g = -G_{uu} = \frac{1}{2}\left\{(\nabla\Phi)^2 + \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)^2\right\} \quad (3)$$

die Energiedichte ψ^g dieses Feldes. Es gilt weiter die für unsere späteren Betrachtungen wichtige Beziehung[1])

$$\operatorname{div}\mathfrak{S}^g + \frac{\partial\psi^g}{\partial t} = g\nu\frac{\partial\Phi}{\partial t}. \quad (4)$$

Für die Komponenten des Energiestromes $\mathfrak{S}^l$ im elektromagnetischen Felde und die Energiedichte ψ^l dieses Feldes hat man

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{S}^l_x &= -icL_{ux}, \quad \mathfrak{S}^l_y = -icL_{uy},\\ \mathfrak{S}^l_z &= -icL_{uz},\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

$$\psi^l = -L_{uu}. \quad (6)$$

Wie sich diese Größen durch die Feldgrößen der Maxwellschen Gleichungen ausdrücken, interessiert uns in diesem Zusammenhang nicht. Es sei nur bemerkt, daß vom Standpunkt meiner Theorie kein Grund vorliegt, weshalb (wie in der Mieschen Theorie) in den Ausdrücken für $\mathfrak{S}^l$ und ψ^l das Viererpotential als eine Zustandsgröße auftreten würde. Für uns ist aber von Bedeutung, daß die Feldgleichungen eine Gleichung (4) entsprechende Beziehung

$$\operatorname{div}\mathfrak{S}^l + \frac{\partial\psi^l}{\partial t} = -\mathfrak{K}^l_t \quad (7)$$

liefern; $\mathfrak{K}^l_t$ ist eine Funktion der elektromagnetischen Zustandsgrößen.

Es sollen nun die Komponenten des Tensors T, die sich also auf die Materie beziehen, betrachtet werden. Wir bemerken zunächst, daß jeder beliebige Punkt der Materie auf Ruhe transformiert werden kann. Die Komponente T_{uu} des Tensors T erhält durch Transformation auf Ruhe einen Wert $-\Psi$. Die Größe Ψ, die wir als Ruhenergiedichte der Materie bezeichnen, ist ein vierdimensionaler Skalar. Um das einzusehen, multipliziert man den Tensor T skalar mit dem aus dem Bewegungsvektor $\mathfrak{V}$ gebildeten vierdimensionalen Tensor. Man hat

$$\left.\begin{aligned}c^2\Psi = {} & T_{xx}\mathfrak{V}_x^2 + T_{yy}\mathfrak{V}_y^2 + T_{zz}\mathfrak{V}_z^2 + T_{uu}\mathfrak{V}_u^2\\ & + 2T_{xy}\mathfrak{V}_x\mathfrak{V}_y + 2T_{xz}\mathfrak{V}_x\mathfrak{V}_z + \cdots,\end{aligned}\right\} \quad (8)$$

denn durch Transformation auf Ruhe erhält man $c^2\psi = -c^2T_{uu}$, indem neun der zehn Glieder rechts null werden. Weil die rechte Seite von (8) gegen Lorentz-Transformationen invariant ist, ist Ψ es auch.

Der Zustand der Materie wird, wie gesagt, durch den Tensor T und den Bewegungsvektor $\mathfrak{V}$ charakterisiert. Es fragt sich, wieviele voneinander unabhängige Größen zur Bestimmung des materiellen Zustandes erforderlich sind. Der Bewegungsvektor wird ja durch drei, voneinander unabhängige Größen bestimmt; wir wählen hierfür die Komponenten $\mathfrak{v}_x$, $\mathfrak{v}_y$, $\mathfrak{v}_z$ der gewöhnlichen, dreidimensionalen Geschwindigkeit. Was den Tensor T betrifft, ist zu bemerken, daß, wenn keine Wärmeleitung vorkommt, die Komponenten T_{ux}, T_{uy}, T_{uz} im Falle der Ruhe null sind; sieben voneinander unabhängige Komponenten bleiben übrig. Bei der Betrachtung der kleinsten Teile der Materie ist ja die Annahme fehlender Wärmeleitung ohne weiteres berechtigt. Dann treten zu den drei Geschwindigkeitskomponenten noch sieben voneinander unabhängige Zustandsgrößen; wir können hierfür die elastischen Spannungen (sechs Größen) und die Ruhenergiedichte Ψ der Materie wählen. Als elastische Spannungen sind in der Relativitätstheorie die aus dem Tensor T gebildeten relativen Spannungen zu bezeichnen. Diese sind durch folgende Gleichungen ausgedrückt[1]),

$$\left.\begin{aligned}t_{xx} &= T_{xx} + \frac{i}{c}T_{xu}\mathfrak{v}_x,\\ t_{xy} &= T_{xy} + \frac{i}{c}T_{xu}\mathfrak{v}_y \text{ usw.}\end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Von den neun Größen t sind nur sechs unabhängige, denn es ist (vgl. unten Gl. (12))

$$\left.\begin{aligned}t_{yx} - t_{xy} = {} & \frac{1}{c^2-\mathfrak{v}^2}\Big\{(t_{xx}-t_{yy})\mathfrak{v}_x\mathfrak{v}_y -\\ & - t_{yx}\mathfrak{v}_x^2 + t_{xy}\mathfrak{v}_y^2 - t_{yz}\mathfrak{v}_x\mathfrak{v}_z + t_{xz}\mathfrak{v}_y\mathfrak{v}_z\Big\} \text{ usw.}\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

Durch die drei Geschwindigkeitskomponenten, die sechs elastischen Spannungen und die Ruhenergiedichte Ψ der Materie — in allem also durch 10 Größen — wird der materielle Zustand (bei fehlender Wärmeleitung) bestimmt. Durch diese Größen lassen sich sämtliche Komponenten von T ausdrücken; um die Ausdrücke zu erhalten, kann man so verfahren, wie ich es an anderem Orte gezeigt habe[2]). Durch Transformation auf Ruhe sieht man die Gültigkeit eines Systems von vier Gleichungen ein; die erste lautet:

$$T_{xx}\mathfrak{V}_x + T_{xy}\mathfrak{V}_y + T_{xz}\mathfrak{V}_z + T_{xu}\mathfrak{V}_u = -\Psi\mathfrak{V}_x, \quad (11)$$

und die übrigen werden durch Austausch von x gegen y, z, u erhalten. Wenn man hier die Komponenten des Bewegungsvektors durch die der Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$ ausdrückt, erhält man nach einfacher Umformung

$$-ic\,T_{xu} = \Psi\mathfrak{v}_x + T_{xx}\mathfrak{v}_x + T_{xy}\mathfrak{v}_y + T_{xz}\mathfrak{v}_z.$$

Durch Elimination der räumlichen Komponenten

1) G. Nordström, l. c., I, Gleichungen (49) und (60).

1) M. v. Laue, l. c., S. 192.

2) G. Nordström, l. c., I, S. 864. Die dort gemachte Zerlegung des Tensors T hat keinen Einfluß auf das Resultat; die Zerlegung ist auch vom Standpunkt meiner ersten Theorie nicht notwendig und vom Standpunkt meiner zweiten Theorie ganz nutzlos.

von T mittels der Gleichungen (9) bekommt man

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{S}_x^\mu &= -ic\,T_{xu} = \\ &= \frac{1}{1-q^2}\left(\psi v_x + t_{xx}v_x + t_{xy}v_y + t_{xz}v_z\right),\end{aligned}\right\} \quad (12)$$

wo $v = cq$. $\mathfrak{S}^\mu$ ist entsprechend den Gleichungen (2) und (5) der Energiestrom der Materie; für seine übrigen Komponenten gelten natürlich entsprechende Ausdrücke.

Die Gleichung, die durch Austausch von x gegen u in (11) entsteht, gibt für die Energiedichte ψ^μ der Materie

$$\psi^\mu = -T_{uu} = \psi + \frac{1}{c^2}\mathfrak{S}^\mu v. \quad (13)$$

Für die räumlichen Komponenten von T geben die Gleichungen (9) und (12) die Ausdrücke

$$\left.\begin{aligned}T_{xx} &= t_{xx} + \\ &+ \frac{v_x}{c^2 - v^2}\left(\psi v_x + t_{xx}v_x + t_{xy}v_y + t_{xz}v_z\right), \\ T_{xy} &= t_{xy} + \\ &+ \frac{v_y}{c^2 - v^2}\left(\psi v_x + t_{xx}v_x + t_{xy}v_y + t_{xz}v_z\right)\end{aligned}\right\} \quad (14)$$

usw.

Wir haben nun sämtliche Komponenten von T durch die 10 Zustandsgrößen der Materie ausgedrückt.

Die oben über den Zustand der Materie angestellten Betrachtungen ergeben sich ja ganz allgemein aus der von Herrn v. Laue entwickelten Dynamik der Materie, die ich in meinen beiden Theorien der Gravitation als gültig angenommen habe. Ich habe die Betrachtungen angeführt, um deutlich zu zeigen, welche Größen in meinen Theorien den Zustand der Materie bestimmen. Da in der Mieschen Theorie kein T entsprechender Tensor und also keine elastischen Spannungen angenommen werden, wird in dieser Theorie der Zustand in jedem Punkt durch die Zustandsgrößen des elektromagnetischen und des Gravitationsfeldes vollständig bestimmt; zu diesen Größen gehören dann allerdings auch der Vierererstrom und das Viererpotential des elektromagnetischen Feldes sowie das skalare Potential des Gravitationsfeldes.

Was über den Tensor T und den Zustand der Materie gesagt ist, gilt sowohl für meine ursprüngliche als für meine neue Gravitationstheorie; nur ist der Begriff der Massendichte in den beiden Theorien verschieden. In meiner ursprünglichen Theorie hatte man für die Ruhdichte ν der Materie

$$\nu = \frac{1}{c^2}\psi,$$

in meiner neuen Theorie gilt dagegen

$$\nu = -\frac{1}{c^2}(T_{xx} + T_{yy} + T_{zz} + T_{uu}), \quad (15)$$

$$\nu = \frac{1}{c^2}(\psi - t_{xx} - t_{yy} - t_{zz}). \quad (15a)$$

Mittels der letzten Gleichung kann man ψ aus den Ausdrücken (12) bis (14) eliminieren, wodurch in dieselben ν eintritt. Man kann also zweckmäßig als die zehn Zustandsgrößen der Materie die Ruhmassendichte ν, die Komponenten der Geschwindigkeit und die elastischen Spannungen betrachten.

Obwohl die zehn Zustandsgrößen der Materie in dem Sinne voneinander unabhängig sind, daß zwischen ihren gleichzeitigen Werten in einem Punkte keinerlei Beziehungen bestehen, gelten doch zwischen ihren räumlichen und zeitlichen Ableitungen sechs Differentialgleichungen, die die elastischen Eigenschaften der Materie ausdrücken. Diese Gleichungen entsprechen den Gleichungen der gewöhnlichen Elastizitätstheorie, welche den Zusammenhang zwischen Spannungen und Deformationen angeben. Die örtliche Verschiedenheit der Geschwindigkeit bedingt ja eine zeitliche Veränderung des Deformationszustandes und also auch des Spannungszustandes. Wir wollen die sechs Differentialgleichungen, deren Gestalt uns weiter nicht interessiert, die Differentialgleichungen der Materie nennen.

Die Zustandsgrößen des Gravitationsfeldes sind

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{F}_x = -\frac{\partial \Phi}{\partial x},\ \mathfrak{F}_y = -\frac{\partial \Phi}{\partial y},\ \mathfrak{F}_z = -\frac{\partial \Phi}{\partial z}, \\ ic\,\mathfrak{F}_u = -\frac{\partial \Phi}{\partial t};\end{aligned}\right\} \quad (16)$$

sie sind also durch vier Differentialgleichungen mit dem Gravitationspotential Φ verbunden. Φ ist seinerseits durch die Fundamentalgleichung meiner (neuen) Gravitationstheorie

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial u^2} = \frac{c^2}{\Phi}\nu \quad (17)$$

mit ν verknüpft.

Wir wollen für einen Augenblick annehmen, daß kein elektromagnetisches Feld vorkommt, und für diesen Fall die Anzahl der Zustandsgrößen mit der Anzahl der Differentialgleichungen vergleichen. Die Zustandsgrößen sind 15, nämlich: die zehn Zustandsgrößen der Materie, die vier Zustandsgrößen $\mathfrak{F}$ des Gravitationsfeldes und Φ. Die Differentialgleichungen zwischen diesen 15 Größen sind ebenfalls 15: die vier Gleichungen (1) (worin jetzt alle Komponenten des Tensors L null sind), die sechs Differentialgleichungen der Materie, die vier Gleichungen (16) und Gl. (17). Wenn auch ein elektromagnetisches Feld vorliegt, vermehrt sich die Anzahl von Zustandsgrößen und Differentialgleichungen

im gleichen Maße. Die Zahl der voneinander unabhängigen Differentialgleichungen ist demnach immer die zur vollständigen Bestimmung der Vorgänge erforderliche. Eine dieser Differentialgleichungen, nämlich die letzte Gleichung (1), ist ja die Energiegleichung; durch Multiplikation mit $-ic$ erhält sie die gewünschte Form

$$\operatorname{div}(\mathfrak{S}^g + \mathfrak{S}^i + \mathfrak{S}^\mu) + \frac{\partial}{\partial t}(\psi^g + \psi^i + \psi^\mu) = 0, \tag{18}$$

wo für die vorkommenden Größen die Ausdrücke (2), (3), (5), (6), (12), (13) gelten.

Besonders zu betonen ist, daß die vier Gleichungen (1) von den übrigen Gleichungen unabhängig, also aus denselben nicht ableitbar sind. In der Mieschen Theorie ist die Sachlage eine ganz andere. Weil in dieser Theorie kein Tensor T vorkommt, hat man voneinander unabhängige Zustandsgrößen nicht genug, um Gleichungen von der Form (1) vorschreiben zu dürfen, welche von den übrigen Gleichungen unabhängig wären. In der Mieschen Theorie muß man vielmehr aus den Feldgleichungen Formeln ableiten, welche die Form (1) haben. Dies gelingt auch Herrn Mie, aber nur unter der Voraussetzung, daß in dem Ausdruck der Energiedichte als Summand ein vierdimensionaler Skalar H auftritt, welcher eine Funktion der Zustandsgrößen ist, und für welche unter anderem die Beziehung (a) gilt,

$$\frac{\partial H}{\partial \Phi} = -g_\nu.$$

Wenn man in meiner Theorie so wie Herr Mie verfahren will, hat man zunächst die Gleichungen (4) und (7) zu addieren. Man erhält:

$$\operatorname{div}(\mathfrak{S}^g + \mathfrak{S}^i) + \frac{\partial}{\partial t}(\psi^g + \psi^i) - g_\nu \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \mathfrak{K}_t' = 0, \tag{19}$$

und es würde gelten, die beiden letzten Glieder in die Form der übrigen zu bringen. In meiner Theorie gelangt man ja ohne weiteres zu diesem Ziel, indem die Wirkung der Ätherfelder auf die Materie eine solche ist, daß

$$-g_\nu \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \mathfrak{K}_t' = \operatorname{div} \mathfrak{S}^\mu + \frac{\partial \psi^\mu}{\partial t}$$

ist. In der Mieschen Theorie kommen dagegen keine Größen $\mathfrak{S}^\mu$ und ψ^μ vor, und es muß auf anderem Wege versucht werden, das Gewünschte zu erzielen. Es gelingt Herrn Mie, seiner (19) entsprechenden Gleichung die Form

$$\operatorname{div}\mathfrak{S} + \frac{\partial \psi_1}{\partial t} + \sum_n F_n \frac{\partial a_n}{\partial t} - g_\nu \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0$$

zu geben; $a_1, a_2 \ldots$ sind gewisse Zustandsgrößen und $F_1, F_2 \ldots$ sind Funktionen von diesen Größen sowie von Φ. Herr Mie muß nun folgende Beziehungen annehmen:

$$F_n = \frac{\partial H}{\partial a_n},$$
$$-g_\nu = \frac{\partial H}{\partial \Phi}, \tag{a}$$

wo H eine Funktion von $\Phi, a_1, a_2, \ldots$, und erhält dadurch für die Energiegleichung die gewünschte Form

$$\operatorname{div}\mathfrak{S} + \frac{\partial}{\partial t}(H + \psi_1) = 0.$$

Wie man sieht, ist aber der Beweis des Satzes (a) keineswegs, wie Herr Mie es behauptet, von speziellen Voraussetzungen frei. Wenn man, wie in meiner Theorie, zur Charakterisierung des Zustandes noch einen Tensor T heranzieht, hat man voneinander unabhängige Zustandsgrößen genug, um die Gleichungen (1) vorschreiben zu können. Dann erhält der Energiesatz ganz unabhängig von der Beziehung (a) die richtige Form (18), und dem Mieschen Beweis für seine Beziehung (a) wird jeder Grund entzogen. Der Umstand, daß Gleichung (a) in meiner Gravitationstheorie nicht gilt, sondern eine andere Abhängigkeit der Ruhenergiedichte, der Masse usw. vom Gravitationspotential besteht, führt also keineswegs zu einem inneren Widerspruch.

Das Gravitationspotential Φ ist in meiner Theorie keine Zustandsgröße in demselben Sinne wie die Komponenten der Feldstärken und die elastischen Spannungen, denn Φ kommt nicht explicite in den Ausdrücken für Energiestrom, Energiedichte usw. vor. Trotzdem tritt Φ in den Differentialgleichungen, welche den Verlauf der Vorgänge bestimmen, auf. Wie ich früher gezeigt habe[1]), folgt aus meiner neuen Theorie, daß eine Veränderung des Gravitationspotentials in dem Raume, wo ein Körper sich befindet (z. B. durch Nähern oder Entfernen umgebender Massen), eine Veränderung sowohl der Dimensionen als der Zustandsgrößen des Körpers zur Folge hat. Ist der Körper elektrisch, wird auch die elektrische Feldstärke indirekt vom Gravitationspotential beeinflußt. Die Gesamtladung des Körpers verändert sich zwar nicht mit dem Gravitationspotential; durch die Veränderung der Körperdimensionen verändert sich aber die Ladungsdichte und also auch die elektrische Feldstärke. Sowohl die elektrische und magnetische Feldstärke wie die Feldstärke $\mathfrak{F}$ des Gravitationsfeldes verändern sich proportional mit Φ'^2, wobei alle Abstände zwischen korrespondierenden Punkten im Felde sich umgekehrt wie Φ' verändern. Für die

1) G. Nordström, l. c., II, § 4.

Ruhenergiedichte Ψ der Materie gilt dasselbe wie für ν und für sämtliche in den Gleichungen (1) vorkommende Tensorkomponenten; alle diese Größen verändern sich proportional mit Φ'^4.

Zum Schluß möchte ich noch hervorheben, daß der Miesche Begriff der Ruhenergiedichte prinzipiell ein ganz anderer als der meine ist. Bei mir ist diese Größe der (negative) Wert von der uu-Komponente eines Tensors bei Transformation auf Ruhe. Da die Transformation auf Ruhe für Punkte des freien Äthers keinen Sinn hat, würde ich in meiner Theorie nicht von einer Ruhenergiedichte der Ätherfelder sprechen. Wenn also Herr Mie bei der Besprechung meiner Theorie die Größen H und H_g als Ruhenergiedichten bezeichnet, verfährt er nicht im Sinne dieser Theorie.

Zusammenfassung. Es ist der tiefgreifende prinzipielle Unterschied zwischen den Gravitationstheorien von Herrn Mie und von mir erläutert worden. Weiter ist der Energiesatz vom Standpunkt meiner Theorie aus behandelt und gezeigt worden, daß der von Herrn Mie behauptete innere Widerspruch in der Theorie nicht vorhanden ist.

Helsingfors, 18. März 1914.

(Eingegangen 21. März 1914.)

Ein möglicher Sinn der Quantentheorie.

Von N. Umów.

1.

Das Mißlingen der Versuche, die Gesetze der Strahlung und der spezifischen Wärme auf Grund der Maxwellschen Energieverteilung abzuleiten, führte, wie bekannt, zu der Planckschen Quantenhypothese. Die Ursache dieses Mißlingens bleibt unerläutert, und deswegen kann man nicht die Beseitigung der Maxwellschen Energieverteilung als berechtigt anerkennen, solange keine entsprechende Erklärung erfolgt ist. Die Wichtigkeit der Frage zwingt mich, den Gesichtspunkt darzulegen, welcher die obengenannte Ursache aufdeckt und zu der richtigen Ableitung der Gesetze der Strahlung und der spezifischen Wärme im innigsten, nicht formalen, Anschluß an die Maxwellsche Energieverteilung den Weg weist.

In der Formel der spezifischen Wärme bei konstantem Volumen

$$C_v = \frac{dU}{dT} \qquad (1)$$

bedeutet T die absolute Temperatur und U die Energie der ungeordneten Bewegungen eines Systems von Molekülen oder Oszillatoren. Diese Größe U bestimmt auch das Gesetz der Strahlung.

Die Lösung des Problems liegt in der Ermittlung der Funktion U. Die kinetische Theorie, von der Maxwellschen Verteilung ausgehend, gibt für einen Mol von q Freiheitsgraden den Ausdruck

$$U = \frac{q}{2} RT, \qquad (2)$$

wo R die Gaskonstante bedeutet. Mit diesem erhalten wir Gesetze, die im Widerspruch mit der Erfahrung stehen. Planck gibt einen anderen Ausdruck, der im Einklang mit der Erfahrung steht. Es leuchtet aber die Möglichkeit eines anderen Auswegs ein. Statt die Maxwellsche Verteilung aufzugeben, sollte man eher zusehen, ob ein Grund vorhanden ist, der das Einsetzen des Ausdrucks (2) in die Formel (1) nicht gestattet.

Beim Erwärmen eines Systems von Molekülen erhält dieses die Wärme von einem Agens, bei der Ausstrahlung wird seine Energie von demselben Agens fortgenommen. Es handelt sich um die Bestimmung, welche Bewegungen des Systems relativ zu dem Agens die Bedeutung der ungeordneten und welche die Bedeutung der geordneten haben. Die Abgrenzung beider Bewegungen voneinander wird durch die relativen Eigenschaften des Agens und der Materie bestimmt. Es versteht sich, daß eine solche Trennung der Bewegungen nicht notwendig mit derjenigen zusammenfallen muß, die von unserer Vernunft, gemäß unseren Vorstellungen über die Bewegungsarten, gemacht wird. Die Annahme einer solchen Identität führte nämlich zu dem Ausdruck (2), als zu dem einzigen, der für die Größe U aus der Maxwellschen Verteilung abgeleitet werden kann. Früher lag kein Grund vor, einen Zweifel über eine solche Identität zu erwecken, da dem Ausdruck (1) eine absolute Bedeutung zugeschrieben war. Die Anwendung dieses Ausdrucks für verschiedene Energieverteilungsgesetze der modernen Strahlungstheorien hat ihm aber praktisch diesen Sinn genommen, und ich halte es für richtig, dem Ausdruck (1) einen relativen Sinn im voraus zuzuschreiben. Die moderne Physik belehrt uns, daß es unmöglich ist, die Materie von dem sie umgebenden elektromagnetischen Feld, oder wie ich mich kurz ausdrücken will, von einem Agens, abzusondern. Alle Eigenschaften der Materie werden uns nur durch dieses Agens vermittelt und bekannt, und deswegen muß der Ausdruck (1) als relativ zu diesem Agens bestehend angesehen werden.

Von einem allgemeineren Standpunkte ausgehend, müssen wir, entsprechend den gegen-

seitigen Beziehungen des Systems und des Agens, annehmen, daß die Energie e einer Molekel relativ zu diesem Agens als in zwei Teile gesondert erscheint — einem ungeordneten (u) und einem geordneten (g):

$$e = u + g. \qquad (3)$$

Der geordnete Teil nach seinem Sinne muß für alle Molekel derselbe sein und als eine kontinuierliche Funktion der Temperatur erscheinen. Der ungeordnete Teil u wird von einer Molekel zu der anderen und mit der Zeit sich ändern. Wir erhalten für die ganze Energie des Systems

$$E = \Sigma u + Ng, \qquad (4)$$

wo N die Zahl der Molekel bezeichnet. Gemäß dem Sinne der Bezeichnung U müssen wir in die Formel (1) die folgende Größe einsetzen

$$U = \Sigma u. \qquad (5)$$

Die gegenseitige Beziehung des Agens und des Systems werde ich durch die Eigenschaften eines Manometers darstellen. Wie ich weiter zeigen werde, ist das Mißlingen der kinetischen Theorie verursacht durch das Identifizieren der relativen Eigenschaften des Agens mit den Eigenschaften eines groben, üblichen Druckmanometers, der das Vermögen hat, die Impulse nur einer sehr großen Schar von Molekeln zu summieren, d. h. ein Gebiet von Molekularbewegungen zu umfassen, deren Grenzen durch die Energiegrößen o und ∞ bestimmt sind, und den Mittelwert der Summe anzugeben. Es wird weiter gezeigt, daß für einen solchen Manometer $\Sigma u = 0$ ist, also auch $U = 0$; für diesen bedeutet also die Größe (2) die Energie der relativen geordneten Bewegung, und konnte daher keineswegs in die Formel (1) eingesetzt werden.

Die Empfindlichkeit dieses Manometers muß gleich Null gesetzt werden. Einen anderen extremen Fall finden wir in dem Dämon von Maxwell. Das ist ein Manometer, der die Energie einzelner Molekel anzeigt. Seine Empfindlichkeit ist unendlich groß. Für ihn werden wir $g = 0$ und $e = u$ finden.

Zwischen diesen extremen Typen liegen unendlich viele Manometer, welche die Fähigkeit haben, den Mittelwert der Impulse von Energiegebieten anzugeben, die durch die Grenzen E und $E + \varepsilon$ bestimmt sind, wo ε, vorläufig, eine von der Natur des Manometers abhängige Konstante darstellt, die von einem Manometer zum andern wechselt. Der Bruch $\frac{1}{\varepsilon}$ stellt das Maß der Empfindlichkeit des Manometers dar. Für den üblichen Manometer ist $\varepsilon = \infty$, für den Maxwellschen Dämon $\varepsilon = 0$.

Ich gehe jetzt über zu der Theorie der eingeführten allgemeinen Manometer.

2.

In den weiter folgenden Berechnungen ist nur der Gesichtspunkt neu, sonst enthalten sie bereits bekannte Formeln.

Ich beschränke mich, wie es Herr Sommerfeld[1]) tut, auf den Fall eines zweidimensionalen einatomigen Gases und setze ihn in Berührung mit einem Manometer von allgemeinem Typus. Indem ich weiter einen reichlichen Gebrauch von den Formeln des Herrn Sommerfeld mache, schreibe ich die Maxwellsche Energieverteilung in der Form:

$$\frac{dN}{N} = Ae^{-\frac{E}{\varkappa T}}dE, \quad A\varkappa T = 1. \qquad (6)$$

Es bedeutet hier dN die Zahl der Molekel, deren Energie zwischen E und $E + dE$ liegt, $\varkappa = \frac{R}{N}$, N ist die Avogadrosche Zahl. Ich setze voraus, daß der Manometer Mittelwerte der Gebiete von Energien, die zwischen E und $E + \varepsilon$ liegen, angeben kann. Bezeichnen wir mit N_i die Zahl der Molekel, deren Energien zwischen E_i und $E_i + \varepsilon$ liegen, dann haben wir:

$$N_i = AN\int_{E_i}^{E_i+\varepsilon} e^{-\frac{E}{\varkappa T}}dE = Ne^{-\frac{E_i}{\varkappa T}}\left(1 - e^{-\frac{\varepsilon}{\varkappa T}}\right). \qquad (7)$$

Es wird die mittlere Energie dieser Gruppe:

$$\overline{e_i} = \frac{1}{N_i}\int_{E_i}^{E_i+\varepsilon} E\,dN = E_i + \varkappa T - \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{\varkappa T}} - 1}. \qquad (8)$$

Der Manometer scheidet also aus den ungeordneten Bewegungen des Systems einen ungeordneten Teil E_i, welcher von einer Molekel zu der anderen und mit der Zeit sich ändert, und einen geordneten, der für alle Molekel der gleiche bleibt. Indem wir den letzten mit ϱ bezeichnen, erhalten wir augenscheinlich

$$g = \varrho = \varkappa T - \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{\varkappa T}} - 1} < \varepsilon. \qquad (9)$$

Diesen Ausdruck kann man auch in der Form darstellen

$$g = \varrho = \varkappa T - \frac{\varkappa T}{1 + \frac{1}{2}\frac{\varepsilon}{\varkappa T} + \frac{1}{6}\left(\frac{\varepsilon}{\varkappa T}\right)^2 + \ldots}. \qquad (1)$$

Wir wollen die ganze Energie der relativ ungeordneten Bewegungen aufsuchen, d. h. die Größe:

$$U = \Sigma N_i E_i. \qquad (10)$$

1) Diese Zeitschr. **12**, 1059, 1911.

Wir haben

$$\int_0^\infty E\,dN = \Sigma N_i E_i + N\varrho. \qquad (11)$$

Indem wir diese Gleichung auf beiden Seiten durch N dividieren und mit $\bar{U}$ die mittlere relativ ungeordnete Energie bezeichnen, erhalten wir gemäß den Gleichungen (6) und (9):

$$\varkappa T = \bar{U} + \varkappa T - \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{\varkappa T}} - 1}, \qquad (12)$$

woraus folgt

$$\bar{U} = \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{\varkappa T}} - 1}$$

oder

$$\bar{U} = \frac{\varkappa T}{1 + \frac{1}{2}\frac{\varepsilon}{\varkappa T} + \frac{1}{6}\left(\frac{\varepsilon}{\varkappa T}\right)^2 + \cdots}. \qquad \text{(II)}$$

Das ist die Plancksche Formel. Es ist dabei

$$U = N\bar{U}. \qquad (13)$$

Die Größe ε ist durch die Hypothese von Planck bestimmt

$$\varepsilon = h\nu, \qquad \text{(III)}$$

wo h die bekannte universelle Konstante ist und ν die Zahl der Eigenschwingungen der Molekel in der Zeiteinheit bedeutet.

Für den Manometer des ersten extremen Typus, dessen Eigenschaften mit denjenigen des Agens von der kinetischen Theorie identifiziert wurden, haben wir $\varepsilon = \infty$ und nach den Gleichungen (I), (II), (III):

$$g = \varrho = \varkappa T, \quad \bar{U} = U = 0, \quad \nu = \infty.$$

Für den Dämon von Maxwell ist $\varepsilon = 0$ und $g = \varrho = 0$, $U = \varkappa T$, $\bar{U} = N\varkappa T$, $\nu = 0$.

Dieser Typus entspricht unendlich langen Wellen, und nur für diesen hat die Einsetzung des Wertes $U = N\varkappa T = RT$ in die Formel (1) einen Sinn.

Für alle Werte von ε, die zwischen 0 und ∞ liegen, werden die Größen g und U nach den Formeln (I), (II), (III) berechnet. Es wird für q Freiheitsgrade

$$U = \frac{q}{2} N\bar{U}.$$

Für feste Körper ist $q = 6$, und wir haben die Plancksche Formel

$$U = 3R\frac{\frac{h\nu}{\varkappa}}{e^{\frac{h\nu}{\varkappa T}} - 1}.$$

An die Stelle der Quantentheorie können wir also bei Beibehaltung der Maxwellschen Energieverteilung die folgende Hypothese einführen:

Der Äther (oder das elektromagnetische Feld) ist gegen die ungeordneten Bewegungen der Molekel in verschiedener Weise empfindlich.

Diese Empfindlichkeit ist durch die Zahl der Eigenschwingungen des Moleküls bedingt und durch den Bruch $\frac{1}{h\nu}$ gegeben, wo h eine durch die Eigenschaften des Äthers bestimmte und daher universelle Konstante ist, und ν die Zahl der Eigenschwingungen des Moleküls.

Moskau, Dezember 1913.

(Eingegangen 2. März 1914.)

Eine Bemerkung über das Verhältnis zwischen den Intensitäten der D-Linien des Natriums.

(Note on the Ratio of the Intensities of the D-Lines of Sodium.)

Von R. W. Wood.

Wahrscheinlich sind keine anderen Spektrallinien so oft beobachtet worden wie die gelben Natriumlinien. Der Unterschied zwischen ihren Intensitäten ist häufig untersucht worden, und das Intensitätsverhältnis D_2/D_1 wird gewöhnlich zu ungefähr 1,35 angegeben. Einen bei einer der früheren Untersuchungen gefundenen Wert von 1,6 betrachtet Kayser als „offenbar zu hoch". Brotherus hat bei einer ausgedehnten und sorgfältig durchgeführten Messungsreihe, die er kürzlich in den Annalen veröffentlicht hat, gefunden, daß sich das Verhältnis mit der Natriummenge in der Flamme änderte. Sein höchster Wert war 1,5 und sein niedrigster 1,3.

Als ich kürzlich die Linien einer sehr schwachen Natriumflamme beobachtete, fiel mir der gewaltige Unterschied in der Intensität auf, und zwar schien das Verhältnis sicherlich die Größe 3 oder vielleicht gar 4 zu haben. Es erscheint sehr sonderbar, daß dies bisher noch nicht bemerkt worden ist. Ich stellte auf nachstehende Weise eine rohe Messung der Intensitäten an: Der Spalt eines großen Spektrographen mit konstanter Ablenkung (Type Hilger) wurde von dem Lichte einer schwachen Natriumflamme beleuchtet. Die Flamme war die eines Mekerbrenners, die nur durch das in der Luft des Zimmers enthaltene Natrium gefärbt wurde, und zwar war diese Luft zuvor durch einen zweiten Mekerbrenner, auf dessen Rost ein Stück $NaCl$ lag, mit Natrium geschwängert worden. Ich nahm fünf Expositionen von

1, 2, 3, 4 und 5 Minuten Dauer vor, die genau auf die Sekunde bemessen wurden. Alle Aufnahmen wurden auf derselben Platte gemacht, und diese wurde vor der Entwicklung einem sehr schwachen Licht ausgesetzt, um den vom Schwellenwert herrührenden Fehler zu vermeiden. Diese Exposition reicht eben aus, um die Platte auf den Punkt zu bringen, wo eine weitere Exposition gegen schwaches Licht ein entwicklungsfähiges Bild liefern wird.

Es stellte sich heraus, daß die Intensität von D_1 bei der Exposition von 4 Minuten nur um einen Schatten größer war als jene von D_2 bei der Exposition von 1 Minute, während

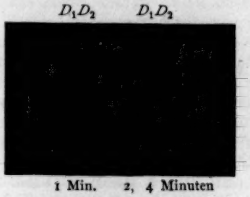


Fig. 1.

Fig. 2.

sie bei der Exposition von 3 Minuten deutlich geringer war. Das bedeutet, daß bei einer schwachen Natriumflamme D_2 zwischen drei- und viermal so intensiv ist wie D_1 (vermutlich ungefähr 3,75 mal). Das kleinere Verhältnis, das für gewöhnlich gefunden wird, rührt von der stärkeren Absorption von D_2 seitens der Flamme her.

Ich machte ferner gleichzeitig zwei Aufnahmen, und zwar eine mit einer sehr schwachen Natriumflamme, die andere mit einer sehr intensiven Flamme. Dabei ließ ich das Licht der letzteren Flamme durch ein Stück stark gefärbten Rauchglases gehen, um seine Intensität so weit herabzusetzen, daß sie jener der schwachen Flamme gleich wurde. Das von der letztgenannten Flamme ausgehende Licht trat durch Reflexion am Vergleichsprisma in die untere Hälfte des Spektroskopspaltes ein. Beide Bilder wurden gleich lange exponiert. Bei der intensiven Flamme waren die Intensitäten der beiden Linien sehr nahezu gleich. Dieses Photogramm ist in Figur 2 wiedergegeben.

Drei mit Expositionen von 1, 2 und 4 Minuten mit einer schwachen Flamme gemachte Aufnahmen sind in Figur 1 wiedergegeben.

Wie ersichtlich sein wird, ist diese Änderung des Intensitätsverhältnisses, die eine Folge der stärkeren „Selbstumkehrung" von D_2 ist, eine ähnliche Erscheinung wie die, auf welche ich vor etwa 10 Jahren[1]) aufmerksam gemacht habe, und die eine Folge des Umstandes ist, daß H_α leichter umgekehrt wird als H_β und H_γ, nämlich wie die Erscheinung, daß eine in Längsdurchsicht betrachtete Wasserstoffröhre bläulich weiß erscheint, obgleich das seitlich ausgesandte Licht deutlich hellrot ist.

Es ist sehr wohl möglich, daß die gleichförmigere Temperatur des Mekerbrenners für die Beobachtung dieses hohen Verhältnisses wesentlich ist, das man meines Erachtens als das wahre Verhältnis ansehen muß, da die Absorptionswirkungen hier auf ein Minimum herabgesetzt zu sein scheinen.

1) Diese Zeitschr. **7**, 926, 1906.

Paris, 15. März 1914.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von (Max Iklé.)

(Eingegangen 24. März 1914.)

Über einige Lithiumdubletts und ihre Aufspaltung im Magnetfelde.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von Norton A. Kent.

Zur Fortsetzung der Arbeit von Paschen und Back[1]) über Serien-Dubletts und -Tripletts und ihre magnetische Verwandlung schlug mir Prof. Paschen das Studium der Lithiumlinie 6708,2 vor, welche von Zeeman[2]) in der Absorption als eine Doppellinie mit der Wellenlängendifferenz 0,144 Å.-E. beobachtet ist.

1) F. Paschen u. E. Back, Ann. d. Phys. **39**, 897, 1912 und **40**, 960, 1913.
2) P. Zeeman, Diese Zeitschr. **14**, 913, 1913.

Durch Verwendung von Vakuum-Lichtquellen (Geißlerröhren und -Bogenlampe im Vakuum, letztere von E. Back[1]) erhielt man äußerst scharfe Emissionslinien. Die Analyse mit Hilfe eines leistungsfähigen Stufengitters von A. Hilger ergab vollen Erfolg: nicht nur für die rote, sondern auch für die orange, grüne und blaue Lithiumlinie. Diese Linien wurden visuell und photographisch mit und ohne Feld studiert. Die Resultate sollen hier kurz angegeben werden. Die ausführliche Veröffentlichung wird in einer amerikanischen Zeitschrift erfolgen.

Die vier Linien entsprechen ohne Feld durchaus den homologen Seriengliedern in den Dublett-Serien der anderen Alkalimetalle: sowohl in der Dublettstruktur, wie in der Intensitätsverteilung der beiden Dublettlinien.

λ Å.-E.	6708,2	6103,77	4972,11	4602,37
Kombination	$1,5s-2p_1$	$2p_1-3d$	$2p_1-3,5s$	$2p_1-4d$
$\Delta\lambda$ Å.-E.	0,151	0,114	0,084	0,069
$\Delta\nu=2p_2-2p_1$ cm^{-1}	0,336	0,306	0,339	0,326

Entsprechend dem Serien-Schema liegt die starke Dublett-Komponente bei der Linie 6708 nach Violett, bei den anderen Linien nach Rot.

$\Delta\lambda$ sind die beobachteten Wellenlängendifferenzen der Dubletts. $\Delta\nu$ die Differenzen der Wellenzahlen (Anzahl Wellenlängen im cm).

Die schlechte Übereinstimmung in den Schwingungsdifferenzen ist möglicherweise reell. Der Verfasser glaubt ziemlich sicher zu sein, daß seine Messungen die zweite Dezimalstelle richtig ergeben haben.

Die genauere Untersuchung des Zeemaneffekts der Linie 6708,2 ergibt folgendes: Die beiden Komponenten der unmagnetischen Linien Li_1 und Li_2 zerspalten in schwachen Feldern genau in die Typen von D_1 und D_2 des Natriums. Mit wachsender Feldstärke treten Verwandlungen ein, deren erste Stufen den von Back[2]) für das Natriumpaar 3303 und von W. Voigt theoretisch studierten ähnlich sind. Die parallelen Komponenten von Li_1 und Li_2 sind in schwachem Feld selbst wieder Paare von der theoretischen Aufspaltung $\left(Li_1\,\frac{4a}{3}, Li_2\,\frac{2a}{3}\right)$. Jedoch stoßen sich die Symmetriezentren dieser Paare gegenseitig ab. Zwischen 5500 und 8000 Gauß erfolgt eine schnelle Verwandlung, nach der jenseits 8000 Gauß eine einfache Mittelkomponente resultiert.

Die 6 senkrecht schwingenden Komponenten des Dubletts wandern mit wachsendem Felde übereinander hinweg und behalten angenähert die theoretisch verlangte Lage bis zu einem Felde von etwa 6000 Gauß. Hier erfolgt eine schnelle Änderung der Intensitäten und der Lagerung der Komponenten. Nach Rot erscheint ein Dublett, welches bei 10000 Gauß annähernd einfach geworden ist. Nach Violett ist von 18000 Gauß an eine annähernd einfache Komponente vorhanden. Mit weiter wachsendem Felde werden beide schärfer und schmaler. Doch erwiesen sich beide Seitenkomponenten im höchsten Felde (44000 Gauß) immer noch etwas unschärfer als die parallele Mittellinie, die ihrerseits ebenfalls mit steigendem Felde schärfer geworden ist. Von 18000 Gauß an ist die Aufspaltung des entstandenen Tripletts normal, ebenso sein Aussehen. Die Resultate der Beobachtungen mit dem Echelon bei hohen Feldern sind, soweit sie die Schärfe und den Betrag der Aufspaltung des Tripletts betreffen, bestätigt durch neue Aufnahmen mit dem großen Konkavgitter in I. und II. Ordnung, welche Herr Back bei hohen Feldern unter Verwendung eines Vakuumbogens zwischen metallischen Lithiumlegierungen gemacht hat.

Eine weniger eingehende Untersuchung der anderen Linienpaare hat folgendes ergeben: Die beiden Linien von 6103 spalten in schwachen Feldern je, wie es scheint, in ein Triplett auf. Diese beiden Tripletts greifen mit wachsender Feldstärke übereinander, wobei die Komponenten der schwächeren Dublettlinie abgeschwächt werden. Bei etwa 9000 Gauß ist ein einziges Triplett vorhanden, welches hauptsächlich aus dem Triplett der stärkeren Dublettlinie gebildet ist, und dessen langwellige Komponente schon einfach ist. Die kurzwellige Seitenkomponente ist noch doppelt und besitzt außen einen schwächeren Begleiter, den magnetischen Rest der schwächeren Dublettlinie. In diesem Stadium ähnelt das Gebilde dem der Heliumdoppellinie 5876 bei 31710 Gauß[1]). Die weitere Verwandlung verschärft alle Komponenten und führt die exakt normale Aufspaltung herbei. Annähernd einfach ist auch die kurzwellige Seitenkomponente bei etwa 12000 Gauß. Nach den Messungen von Back ist die Aufspaltung des Tripletts zwischen 34000 und 40000 Gauß exakt die normale.

Ebenso ist das Endresultat der Aufspaltung

1) Wird von E. Back demnächst beschrieben.

2) a. a. O. Anhang. Weitere Resultate von Back hierüber werden bald von ihm veröffentlicht. Sie sind z. T. von Voigt angegeben und bei einer theoretischen Behandlung des Falles verwendet. W. Voigt, Ann. d. Phys. **42**, 210, 1913.

1) Vgl. Paschen u. Back l. c., S. 916.

von 4602 nach Back ein exakt normales Triplett. 4972 wurde von Hansen[1]) bei 29800 Gauß innerhalb seiner Genauigkeit von $3^1/_2$ Prozent als normales Triplett gemessen.

Das Ergebnis dieser Arbeit ist demnach folgendes: Die untersuchten 4 Lithiumlinienpaare sind sämtlich richtige Serien-Dubletts und entsprechen den Dubletts der anderen Alkalispektren. Ferner spalten sie sämtlich in hohen Feldern als normale Zeeman-Tripletts auf, wie früher schon von Back gezeigt wurde, der in seiner früheren Untersuchung jedoch keine Vakuumlichtquelle, sondern einen Funken in Luft und als Spektralapparat ein Rowlandgitter anwandte.

Die Untersuchungen mit dem Vakuumbogen sind gemeinsam mit Herrn E. Back ausgeführt, dem ich aufrichtigen Dank schulde.

Vor allem wünsche ich aber Herrn Prof. Paschen meinen herzlichsten Dank auszusprechen, nicht nur für die Anregung zu dieser Untersuchung, sondern mehr noch für deren Leitung und seine unschätzbare Mitarbeit.

1) H. M. Hansen, Ann. d. Phys. **43**, 245, 1914.

Tübingen, 21. März 1914.

(Eingegangen 24. März 1914.)

Über natürliche optische Drehungsaktivität.

Von G. H. Livens.

Die Form der Drudeschen Theorie des natürlichen optischen Drehungsvermögens führt augenscheinlich nicht zu Resultaten, die mit den experimentellen Ergebnissen in Übereinstimmung stehen; und zwar zeigen sich die wirklichen Erscheinungen sehr viel komplizierter, als diese Theorie es erwarten läßt. Dies bezieht sich vor allem auf Lösungen aktiver Substanzen in aktiven oder inaktiven Flüssigkeiten, in welchem Falle das Drehungsvermögen eine komplizierte Funktion der Zusammensetzung des Mediums, wie auch der Frequenz des angewandten Lichts zu sein scheint.

Doch läßt sich zeigen, daß eine einfache Modifikation der Drudeschen Theorie, die durch gewisse Überlegungen von Lorentz angeregt wurde, zu einer Formel für das Drehungsvermögen führt, die allgemein genug zu sein scheint, um eine ausreichende Erklärung der meisten auftretenden Anomalien dieser Erscheinung zu enthalten.

Nach Drude ist die Ursache des Drehungsvermögens in einer abweichenden Art der Beziehung zwischen elektrischer Kraft E und elektrischer Induktion D begründet, die für isotrope inaktive Körper die Form $D = \varepsilon^2 E$ hat. Diese Beziehung wird gefunden durch eine statistische Analyse über die Bewegungen der darin enthaltenen Elektronen, auf welche die durch die Anwesenheit des Mediums bewirkte elektrische Induktion direkt zurückzuführen ist. Es wird angenommen, daß diese Elektronen mit den Molekülen des Mediums durch quasi-elastische Kräfte verbunden sind, und infolgedessen haben ihre Bewegungsgleichungen die Form

$$m(\ddot{s} + n_r^2 s) = e F_s,$$

wo m die Masse des Elektrons ist, e seine Ladung, s die Abweichung aus der Ruhelage, $m \cdot n_r^2$ der Parameter der quasi-elastischen Kraft und $e F_s$ die Kraftkomponente des elektrischen Feldes. Nun setzt Drude

$$F = E + b \operatorname{curl} E.$$

Doch hat Lorentz gezeigt[1]), daß die Kraft des elektrischen Feldes auf ein Elektron im Innern in Wirklichkeit durch $E + f(P)$ dargestellt wird, wenn $f(P)$ eine gewisse unbestimmte Funktion der in dem Medium bestehenden Polarisationsintensität P ist. In erster Annäherung scheint $f(P) = a \cdot P$ zu sein, wobei a nahezu $= 1/3$ ist; aber bei Effekten zweiter Ordnung der besprochenen Art können andere Ausdrücke auftreten, und eben in diesen sieht Lorentz den Ursprung des Drehungsvermögens des Mediums. In der Tat setzt er

$$f(P) = a P + b \cdot \operatorname{curl} P,$$

worin b eine Materialkonstante des Mediums ist. Dieser Wert zweiter Ordnung b curl P, dessen Ursprung in einer natürlich drehenden Struktur des Moleküls, oder der Molekülgruppe, liegt, ist aber nur in der Nähe der optisch aktiven Moleküle anwendbar; der Einfachheit halber werde angenommen, daß er nur auf die wirklich in diesen Molekülen enthaltenen Elektronen wirkt.

Die typische Bewegungsgleichung eines solchen Elektrons hat somit die Form

$$m(\ddot{s} + n_r^2 s) = e(E_s + a P_s + b \operatorname{curl}_s P).$$

Wenn ebene homogene Lichtwellen der Frequenz n sich durch das Medium hindurch fortpflanzen, finden wir nach bekannten Methoden, daß die obigen Gleichungen auf eine allgemeine Beziehung zwischen der elektrischen Kraft E und der elektrischen Polarisationsintensität P von der Form

$$P = \left(\sum \frac{e^2/m}{n_r^2 - n^2}\right)(E + a P) + \left(\sum \frac{b\, e^2/m}{n_r^2 - n^2}\right) \operatorname{curl} P$$

1) Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen. (Leipzig [1895] 1906.) S. 78—81.

führen. Hier bezeichnet Σ eine Summe über alle Elektronen des Mediums pro Volumeneinheit, während Σ^1 nur über die in den optisch aktiven Molekülen enthaltenen Elektronen, vielleicht sogar nur über einen Teil derselben erstreckt wird. Lorentz schreibt diese Gleichung in der Form:

$$E = \alpha P + \beta \operatorname{curl} P,$$

ohne über die Konstanten α und β nähere Angaben zu machen. Vermittels dieser Beziehung läßt sich leicht zeigen, daß die Polarisationsebene des durchgelassenen Lichts pro Längeneinheit um einen Betrag gedreht wird, der in sehr großer Annäherung ausgedrückt ist durch

$$\omega = \frac{1}{2} n^2 \frac{\beta}{\alpha} = \frac{n^2}{2} \frac{\left(\sum^1 \frac{b\, e^2/m}{n_r^2 - n^2}\right)\left(\sum \frac{e^2/m}{n_r^2 - n^2}\right)}{\left(1 - \sum \frac{a\, e^2/m}{n_r^2 - n^2}\right)^2}.$$

Hiermit hat man eine Formel, aus der alle Spezialfälle abgeleitet werden können[1]).

Wir machen die übliche Annahme, daß

$$\sum \frac{e^2/m}{n_r^2 - n^2},$$

pro Volumeneinheit über jede geschlossene Elektronengruppe erstreckt, der Partialdichte der betreffenden Substanz, mit deren Molekülen die Elektronen verbunden sind, proportional ist. Wir sehen, daß sodann in einem Medium, in dem verschiedene aktive Substanzen in den Partialdichten $\varrho_1, \varrho_2, \ldots$ und außerdem inaktive Substanzen der Partialdichten $\sigma_1, \sigma_2, \ldots$ enthalten sind, das Drehungsvermögen den Wert hat:

$$\omega = (r_1^1 \varrho_1^1 + r_2' \varrho_2 + \ldots) \frac{r_1 \varrho_1 + r_2 \varrho_2 + \ldots + s_1 \sigma_1 + s_2 \sigma_2 + \ldots}{(1 - a(r_1 \varrho_1 + \ldots + s_1 \sigma_1 + \ldots))^2}$$

wo $r_1^1, r_2^1, \ldots; r_1, r_2, \ldots; s_1, s_2, \ldots$ sämtlich physikalische Konstanten der entsprechenden Substanzen darstellen, die von der Natur dieser Substanzen sowie von der Frequenz des angewandten Lichts abhängig sind.

Es läßt sich zeigen, daß eine Formel dieser Art den Verlauf des Drehungsvermögens allgemein darstellt, sowohl in dem Falle einer Lösung aktiver Substanz von veränderlicher Konzentration[1]), als auch in dem allgemeinen Falle der chemischen Verbindung aktiver und inaktiver (oder anderer aktiver) Ionen, vorausgesetzt, daß der Anteil eines jeden Ions am Drehungsvermögen durch die Verbindung unbeeinflußt bleibt. Wir erhalten z. B. für die spezifische Drehung eines aktiven Salzes von der Konzentration c in einem inaktiven Lösungsmittel eine Gleichung der Form

$$[\omega] = \frac{A + Bc}{(C + c)^2},$$

in der A, B, C physikalische Konstanten sind, die von den Eigenschaften des Salzes sowie des Lösungsmittels und der Frequenz des angewandten Lichts abhängen. In diese Gleichung sind als Annäherungen die Formeln

$$[\omega] = A' + B'c$$
$$[\omega] = A'' + B''c + C''c^2$$
$$[\omega] = A''' + \frac{B'''c}{C_{+c}}$$

einbegriffen, die zu verschiedenen Zeiten als brauchbare empirische Beziehungen zwischen $[\omega]$ und c vorgeschlagen wurden[2]). Sie scheint außerdem noch eine Reihe von Fällen einzuschließen, für die noch keine empirischen Relationen bestimmt worden sind.

Fernerhin scheint es, daß die Formel von der Notwendigkeit entbindet, Hypothesen bezüglich der Wirkung von Dissoziation, Assoziation oder der Bildung von Molekülaggregaten auf das Drehungsvermögen eines Ions aufzustellen[3]). Ein Bedürfnis für solche Hypothesen scheint durch die Beobachtung begründet, daß für Verbindungsmoleküle mit dem gleichen aktiven Bestandteil bei der Untersuchung in Lösungen von zunehmender Verdünnung die Werte des Drehungsvermögens sich einer gemeinsamen Grenze nähern. Dies ist aber genau so, wie wir es nach der vorliegenden Theorie zu erwarten haben. In der Tat wird das Drehungsvermögen einer Lösung, in der aktive Substanz der Partialdichte ϱ in einem Lösungsmittel von der Partialdichte σ enthalten ist, durch einen Ausdruck der Form

$$[\omega] = \frac{r'(r\varrho + s\varrho)}{(1 - a(r\varrho + s\sigma))^2}$$

dargestellt. Wenn wir nun die wahrscheinlich

1) In der Ableitung dieser Formel ist zwischen magnetischer Induktion und Feldstärke die Beziehung $B = H$ angenommen worden. Voigt hat gezeigt (Wied. Ann. (4) **69**, 307, 1899), daß dies nicht mit dem Energieprinzip vereinbar ist, und schlägt eine Abänderung vor, die sich aus der von ihm und Drude angewandten Theorie in zwangloser Weise ergibt.

Bei dem Versuch, auch die obige Theorie in entsprechender Art zu modifizieren, begegnet man einer prinzipiellen Schwierigkeit, die ich in einer künftigen Arbeit zu erörtern gedenke.

1) Livens, On Rotational Optical Activity of Solutions. Phil. Mag., June 1913.

2) Landolt, Das optische Drehungsvermögen organischer Substanzen. Braunschweig 1898. S. 149.

3) Livens, On the Intrinsic Optical Rotativity of Solutions. Phil. Mag., Sept. 1913.

berechtigte Annahme machen, daß das Drehungsvermögen einer Atomgruppe keine Änderung erleidet, wenn dieselbe in ein chemisches Molekül als Bestandteil einer sauren oder basischen Verbindung eintritt, so können wir

$$r\varrho = r_1\varrho_1 + r_2\varrho_2$$

setzen, wo ϱ_1 die Partialdichte der aktiven Gruppe und ϱ_2 den entsprechenden Wert der mit ihr verbundenen Säure oder Base bezeichnet. Demnach wird

$$[\omega] = \frac{r'(r_1\varrho_1 + r_2\varrho_2 + s\sigma)}{(1 - a r_1\varrho_1 - a\varrho_2 r_2 - a s\sigma)^2}.$$

Aus dieser Formel sehen wir sogleich, daß bei zunehmender Verdünnung der Lösung die spezifische Drehung sich mehr und mehr dem Werte nähert

$$[\omega] = \frac{r' s\sigma}{(1 - a s\sigma)^2}$$

in dem σ jetzt auf die Dichte des reinen Lösungsmittels Bezug hat. Ein solcher Wert ist aber völlig unabhängig von der Natur des inaktiven Bestandteils der gelösten Verbindung.

Eine tiefergreifende Auslegung der hier abgeleiteten Formel ergibt eine Abhängigkeit des Drehungsvermögens von dem gewöhnlichen Brechungsexponenten des Mediums. Nennen wir diesen ε, so wissen wir, daß

$$\frac{\varepsilon^2 - 1}{a(\varepsilon^2 - 1) + 1} = \sum \frac{e^2/m}{n_r^2 - n^2}$$

ist, so daß

$$\omega = \frac{n^2}{2}\left(\sum{}' \frac{b e^2/m}{n_r^2 - n^2}\right)[(\varepsilon^2 - 1)\{a(\varepsilon^2 - 1) + 1\}]$$

wird, eine Formel, aus der wir erkennen, daß Umstände, welche die Dispersion eines Mediums beeinflussen, ebenfalls dessen Drehungsvermögen ändern. Hieraus würde sich wahrscheinlich eine sehr brauchbare Methode zur Prüfung der Verwendbarkeit unserer Theorie ergeben.

Es muß erwähnt werden, daß gewisse Folgerungen der hier entwickelten einfachen Form der Theorie mit den experimentell bestimmten Tatsachen keine völlige Übereinstimmung zeigen; dieselben können jedoch durch die Berücksichtigung der Absorption vermieden werden, wie in einer vollständigeren analytischen Diskussion gezeigt werden soll, die demnächst an anderer Stelle erscheinen wird.

Es gibt noch eine andere Probe, der wir eine Formel dieser Art unterwerfen können: sie muß die Frequenz des angewandten Lichts in einer Weise enthalten, die mit dem experimentell bestätigten Ausdruck vereinbar ist. Nach Landolt[1]) ist die befriedigendste empirische Beziehung zwischen ω und n eine von Lommel auf theoretischer Grundlage abgeleitete Gleichung

$$\omega = \frac{An^2}{(n^2 - n_0^2)^2}.$$

Dies ist aber genau die Form, die von der vorliegenden Theorie als eine erste Annäherung in dem speziellen Fall geliefert wird, daß die Absorption der Substanz auf ein begrenztes Spektralgebiet, das sich in einigem Abstand von dem angewandten Bereich befindet, beschränkt ist.

Ein anderer Vorzug unserer Theorie besteht darin, daß in einfachen Fällen der eben erwähnten Art die für das Drehungsvermögen abgeleiteten Beziehungen genau dieselbe Funktion von n enthalten, wie die Formeln für das magnetische aktive Drehungsvermögen. Dies ist ein von Wiedemann vorhergesagtes Resultat, das hernach im einzelnen für einige der einfacheren Substanzen (z. B. Quarz) von Disch[2]) und Lowry[3]) verifiziert worden ist.

Eine wichtige Bestätigung für eine beim Aufbau unserer Theorie grundlegende Annahme finden wir in Experimenten von Cotton, der in einigen Fällen entgegengesetzte Drehung an den beiden Enden einer Absorptionsbande im Spektrum der untersuchten Substanz zeigen konnte. Dies beweist, daß die Absorptionsbande herrühren muß von einer Elektronenart, die selbst keine direkte drehende Wirkung hat, obgleich sie selbstverständlich durch ihre Gegenwart das unabhängig hervorgerufene Drehungsvermögen beeinflußt. Hiernach erscheint die Unterscheidung zwischen den Summen Σ und Σ' in der Formel und die Annahme, auf der sie begründet ist, berechtigt zu sein.

Vielleicht ist es von Interesse, daß die hier getroffene Unterscheidung zwischen Drehung bewirkenden und nur absorbierenden Elektronen den Anforderungen der Drudeschen Theorie genau entgegengesetzt ist. Es muß bemerkt werden, daß nach der obigen Theorie entgegengesetzte Drehung an den beiden Seiten einer Absorptionsbande nur dann beobachtet werden kann, wenn diese Bande von einer Gruppe nicht drehend aktiver Elektronen ausgeht, während nach Drudes Theorie das Gegenteil der Fall ist.

Die Formel, die aus der entwickelten Modifikation der Drudeschen Theorie dadurch erhalten wird, daß man den Drehung bewirken-

1) l. c., S. 126.
2) Ann. d. Phys. **12**, 1153, 1903.
3) Phil. Trans. (A) 1913.

den Einfluß auf das typische Elektron der Polarisation im Medium in höherem Maße als der elektrischen Kraft im Äther zuschreibt, scheint eine hinreichend komplizierte Funktion der Zusammensetzung des Mediums und der Frequenz des angewandten Lichts darzustellen, um eine ausreichende Erklärung für die meisten Änderungen im Drehungsvermögen eines Mediums zu enthalten, die beobachtet werden, wenn einer dieser Faktoren in irgendeiner willkürlichen Weise variiert wird. Sie muß deshalb einstweilen als befriedigender angesehen werden als die einfachere Formel von Drude.

Universität Sheffield, Februar 1914.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Luise Friedburg.)

(Eingegangen 9. März 1914.)

Über die elektromotorische Kraft im Temperaturgefälle eines Metalls. Theoretisches.

Von Heinrich Hörig.

Die prinzipielle Bedeutung der Frage nach einer elektromotorischen Kraft im Temperaturgefälle — nennen wir sie kurz „Gefällkraft" — für die experimentelle Fundierung der Theorie der Thermoelektrizität habe ich in einer vorläufigen Mitteilung in dieser Zeitschrift[1]) charakterisiert und in den Annalen der Physik[2]) die Experimente mitgeteilt, die ich bis jetzt in dieser Richtung angestellt habe. Es ergab sich, daß die Gefällkraft zwischen warmen und kalten Silber oder Nickel die Grenze von $\pm 3{,}5 \cdot 10^{-5}$ Volt pro Grad nicht übersteigen kann. Das warme Metall befand sich dabei in einem Vakuum von 10^{-5} bis 10^{-6} mm Hg.

Da für die Elektronentheorie die Fundamentalfrage besteht: Welches ist der Mechanismus der Wärmeleitung und warum besteht das Gesetz von Wiedemann-Franz, so scheint mir die Berechnung der Gefällkraft, die ja gerade diesen Zusammenhang betrifft, nach verschiedenen Theorien von Interesse, um so mehr als man andererseits im Begriff ist[3]) durch Einführung der Quantentheorie neue Bahnen zu betreten.

Ich knüpfe an die klassische Theorie von E. Riecke[4]) an, weil in ihr die Grundanschauungen am besten hervortreten, und sie den Ausgangspunkt bildete für die Weiterentwicklung durch P. Drude, H. A. Lorentz, P. Gruner u. a.

Dem durch W. Weber 1871 und F. Kohlrausch 1874 vorbereiteten Grundgedanken der Rieckeschen Mitführungstheorie der Thermoelektrizität zufolge ist in Metallen jeder Wärmestrom mit einem elektrischen Strome verbunden. Bezeichnen wir mit Riecke l. c. die elektromagnetisch gemessene Stromdichte mit j, die thermische Energiestromdichte mit $\mathfrak{W}$, so soll sein

$$j = \omega \mathfrak{W}, \qquad (1)$$

wobei ω eine Materialfunktion ist, welche Mitführungszahl der Wärme für Elektrizität genannt wird.

In dem praktisch realisierbaren Falle eines isolierten wärmedurchströmten Metallstabes wird nach Erreichung stationärer Temperaturverteilung dieser mitgeführte Strom durch die auf dem System entstandenen Ladungen sistiert und der Wärmestrom fließt dann allein weiter. Dieser Fall ist bei Riecke l. c., S. 578 behandelt. Ist $\mathfrak{E}$ die elektrische Feldstärke[1]), k das Leitvermögen für Wärme, γ das für Elektrizität, T die absolute Temperatur und x die Längskoordinate des Stabes, so ist

$$\mathfrak{E} = \omega \frac{k}{\gamma} \frac{dT}{dx}, \qquad (2)$$

also wenn E die E.M.K. und V das Potential bedeutet:

$$dE = -dV = \omega \frac{k}{\gamma} dT. \qquad (3)$$

Dabei ist $\omega \frac{k}{\gamma}$ als von T unabhängig betrachtet, was nach Gleichung (18), l. c., S. 381, in den hier interessierenden Grenzen zulässig ist.

Wenn ω positiv ist, muß demnach das warme Ende negativ werden. Die Messung der Gefällkraft hat wie man sieht für die Mitführungstheorie grundlegende Bedeutung. Denn wenn sich etwa ergeben sollte, daß $\frac{dV}{dT}$ innerhalb in Frage kommender Grenzen gleich Null wäre, so hieße das: ein Wärmestrom führt keine Verschiebung von Elektronen herbei und die durch das Gesetz des Leitverhältnisses dokumentierte Verwandtschaft von Wärme und Elektrizitätsleitung hat andere Gründe.

Man könnte sich vorstellen, die Wärmeleitung würde vermittelt durch atomistisch zu denkende

1) Diese Zeitschr. **14**, 446, 1913.

2) Ann. d. Phys. **43**, 525, 1914.

3) Vgl. z. B. A. L. Bernoulli, Ber. d. Deutsch. Phys. Gesellsch. 13, 573, 1911; K. F. Herzfeld, Ann. d. Phys. **41**, 27, 1913; W. Wien, Columbiavorlesungen, Teubner 1913.

4) E. Riecke, Wied. Ann. **66**, 352, 1898; **66**, 545, 1898; **66**, 1199, 1898; ferner: Ann. d. Phys. **2**, 835, 1900; Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **3**, 24, 1906; diese Zeitschr. **10**, 508, 1908.

1) Wenn nichts anderes bemerkt, ist im folgenden das absolute mechanische und elektromagnetische Meßsystem benutzt.

Energiequanten, die ja dem Gedankengange mehrerer neuerer Arbeiten[1]) durchaus nicht indiskutabel erscheinen, und daß die hierzu erforderliche Anzahl in einer bestimmten Beziehung zur Zahl der Leitungselektronen stände. Zusammenhänge zwischen dem Wirkungsquantum und dem Elektron aufzudecken, ist bekanntlich von mehreren Forschern versucht worden[2]).

Der Ausdruck $\omega\frac{k}{\gamma}$ steht nun mit dem Thomsoneffekt in Beziehung. Nach l. c. S. 387 Gl. (24) entwickelt der Strom i in einem Volumelemente, dessen Temperatur in der Stromrichtung um dT fällt, pro Sekunde die in Erg gemessene Wärmemenge

$$d\mathfrak{W} = T \cdot 2\delta \cdot i \left[\omega \frac{k}{\gamma}\right]_0 dT. \qquad (4)$$

Rechnet man, wie üblich, den Thomsonkoeffizienten σ positiv, wenn i mit dem Temperaturgefälle fließt, so ist

$$\sigma = 2T\left[\omega\frac{k}{\gamma}\right]_0 \delta \qquad (5)$$

und es wird nach (3)

$$\frac{dV}{dT} = -\omega\frac{k}{\gamma} = -\frac{\sigma}{2T\delta}, \qquad (6)$$

$$\left(\frac{dV}{dT}\right)_{T=273} = -\frac{\sigma}{546\cdot\delta}\cdot 10^{-8}\,\frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}. \qquad (7)$$

Dabei ist δ ein Koeffizient, der die Temperaturabhängigkeit der Geschwindigkeit u der „elektrischen Teilchen" in Rieckes Theorie nach der Gleichung regelt:

$$u = C\sqrt{T}\,(1 + \delta(T - 273)).$$

Ist α_0 der Temperaturkoeffizient von $\frac{k}{\gamma}$ und α_1 derjenige von $\frac{1}{\gamma}$, so ergibt sich für δ durch eine ganz elementare auf Gl. (3), (10), (16″) l. c. basierte Rechnung durch Elimination des dort auftretenden Koeffizienten β, der hier nicht interessiert, die Beziehung:

$$2\delta = \frac{1 - \dfrac{1{,}3663}{1 + 100\cdot\alpha_0}}{524{,}84\cdot\dfrac{1 + 100\,\alpha_1}{1 + 100\,\alpha_0} - \cdot 182}, \qquad (8)$$

welche zwischen $T = 273$ und $T = 373$ mit dem Grade von Genauigkeit geltend betrachtet sei, als α_0 und α_1 in diesem Intervalle konstant angesehen werden dürfen.

In der Tabelle habe ich die nach dieser Formel berechneten δ-Werte zusammengestellt und dabei die Zahlen von Jaeger und Diesselhorst[1]) benutzt, mit Ausnahme der mit * bezeichneten Metalle, bei denen die von Riecke, l. c. S. 579, zur Berechnung einiger δ verwendeten Zahlen von Lorenz[2]), als Unterlage dienten, um so den Einfluß der Reinheit des Materials und der Genauigkeit der Messung auf die Berechnung von δ zu beurteilen. Die Zahlen differieren teils, z. B. bei *Cu*, stark. Die Richtigkeit von σ kommt weniger stark in Frage, da es sich ja zunächst nur um die Größenordnung der Gefällkraft handelt. Von *Cd* und vor allem dem ganz indiskutablem *Bi* wird man natürlich absehen. In den drei letzten Kolonnen ist außer ω auch die Mitführungszahl η für Wärme durch den elektrischen Strom gegeben, für die nach l. c. S. 380 in den hier benutzten absoluten Einheiten gilt:

$$\eta = \omega\frac{k}{\gamma}T, \qquad (9)$$

sowie das Produkt $\omega\eta$. Letzteres kann allerdings nur geringe Genauigkeit beanspruchen, da es, wie man sieht, dem Quadrate von $\frac{\sigma}{\delta}$ proportional ist. Bezüglich der Gefällkraft dürfte der Wert für Silber das meiste Vertrauen verdienen:

$$\frac{dV}{dT} = -52{,}3\cdot 10^{-5}\,\frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}. \qquad (10)$$

Das warme Ende müßte demnach negativer werden. Der Wert (10) ist rund 15 mal größer als er durch meine Messungen am Silber dem Absolutbetrag nach sein kann, spricht also wenig für die Richtigkeit dieser Theorie. — Dagegen wäre der experimentelle Befund sehr wohl noch mit dem der Lord Kelvinschen thermodynamischen Theorie der Thermoelektrizität jedenfalls nicht widersprechenden Ansatze

$$\frac{dV}{dT} = -\sigma = -3\cdot 10^{-6}\,\frac{\text{Volt}}{\text{Grad}} \qquad (11)$$

zu vereinbaren. Nur darf man hier nicht außer acht lassen, daß diesem Ansatz zufolge σ rein elektrischen Ursprungs wäre, und dies bekanntlich ein viel umstrittener Punkt ist. Diese Frage kann nur durch weitere Experimente entschieden werden, welche die Meßgenauigkeit

1) M. Wolfke, Ber. d. Deutsch. Phys. Ges. **15**, 1123, 1913; **15**, 1215, 1913; **16**, 4, 1914. In gewissem Sinne auch G. Mie, Ann. d. Phys. **37**, 511, 1912; **39**, 1, 1912; **40**, 1, 1913. — Ich komme hierauf in einer anderen Mitteilung noch zurück.

2) A. E. Haas, Wiener Sitz.-Ber. Math.-naturw. Kl. **119**, IIa, Februar 1910; A. E. Haas, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **7**, 261, 1910; J. H. Jeans (Bericht), diese Zeitschr. **14**, 1297, 1913.

1) Ber. d. Ph. T. R. III, 269.

2) Wied. Ann. **13**, 598, 1881.

Tabelle 1.

		$\delta \cdot 10^5$	$\delta \cdot 10^5$ Riecke, l. c.	$\sigma \cdot 10^7 =$ in $\frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}$	σ-Quelle	$\left[\omega \frac{k}{\gamma}\right] \cdot 10^5$ in $\frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}$	ω in $\frac{1}{\text{Volt}}$	$\eta \cdot 10^3$ in Volt	$\omega\eta$
1	*Al* . . .	+ 6,02	— 0,8	— 2,5	Cermak, Ann. **33** (Fig. 3)	— 0,76	— 1,29	— 2,1	0,00268
2	*Al** . . .	+ 0,08				— 57	— 94,8	— 157	14,7
3	*Cu* II . .	+ 2,69				+ 11	+ 17,3	+ 29,8	0,514
4	*Cu* III . .	+ 2,99		+ 16	Berg, Ann. **32** (Kurve)	+ 9,8	+ 15,6	+ 26,8	0,417
5	*Cu** . . .	— 1,20	— 1,0			— 24	— 39,4	— 66,5	2,58
6	*Ag* . . .	+ 1,05		+ 30	Baedeker, S. 76 (extrapoliert, Lecher)	+ 52,3	+ 81,3	+ 143	11,6
7	*Au* I. . .	— 0,84							
8	*Au* II . .	+ 0,93							
9	*Ni* . . .	+ 2,97							
10	*Zn* I . . .	+ 1,95		+ 32	Cermak l. c.	+ 31	+ 44,5	+ 84,5	3,76
11	*Zn* II . .	+ 1,95				+ 31	+ 49,2	+ 84,5	4,16
12	*Cd* . . .	+ 0,66		+ 92	do.	+ 256	+ 386	+ 698	269
13	*Cd** . . .	— 5,10	— 5,1			— 31	— 51,7	— 84,9	4,38
14	*Pb* . . .	+ 4,12		+ 1	do.	+ 0,45	+ 0,67	+ 1,2	0,00081
15	*Pb** . . .	— 6,10	— 6,1			— 0,3	— 0,47	— 0,82	0,00038
16	*Sn* . . .	— 2,51		— 3	do.	+ 2	+ 3,1	+ 5,97	0,0186
17	*Sn** . . .	— 3,20	— 3,1			+ 1,7	+ 2,68	+ 4,69	0,0126
18	*Pt* II . .	+ 10,68		— 90	Berg l. c.	— 15	— 22,3	— 42,1	0,94
19	*Pd* . . .	+ 11,47							
20	*Fe* I . . .	+ 6,36				— 12	— 15,5	— 31,4	0,49
21	*Fe* II . .	+ 5,87		— 40	do.	— 13	— 17,4	— 34,1	0,59
22	*Fe** . . .	+ 15,10	+ 15,0			— 5	— 7,7	— 13,2	0,102
23	Stahl . .	— 0,88							
24	*Bi* . . .	— 19,44							
25	*Bi** . . .	+ 0,80	+ 1,0	— 42,6	Riecke, Lehrbuch	+ 4	+ 4,4	+ 10,9	0,048
26	Rotguß . .	+ 10,15				— 98	— 141	— 266	37,5
27	Messing g.*	+ 9,10	+ 9,2						
28	„ r.*	— 0,60							
29	Constantan	+ 28,25		— 200	Lecher, Wiener Ber. 1905	— 13	— 12,2	— 35,5	0,42
30	Manganin .	+ 19,95							
31	Neusilber*.	— 8,90	— 8,5						
32	*Sb** . . .	— 6,90	— 6,8						
33	*Mg** . . .	+ 3,30	+ 3,3						

um zwei Zehnerpotenzen zu erweitern hätten. Es handelt sich hier um ein Experimentum crucis für die ein halbes Jahrhundert alte Diskussion der Richtigkeit der thermodynamischen Theorie der Thermoelektrizität, deren Erledigung einige Opfer wert ist. Sollte sich experimentell erweisen, daß $\int \sigma dT$ die Gefällkraft liefert, so wäre damit ein wertvoller empirischer Ausgangspunkt für die atomistische Theorie der metallischen Leitung gewonnen.

Die Theorie von P. Drude[1]) ergibt für den Thomsoneffekt ebenfalls einen Ausdruck, der die Gefällkraft enthält. Beachtet man die in den Annalen d. Phys. 7, S. 687 gegebene Vorzeichenberichtigung, so bekommt man aus Drudes Gleichung (46), l. c. S. 586, falls man die dort mit σ_1 bezeichnete „Leitfähigkeit durch die positiven Kerne" gleich Null setzt, also nur die der negativen beibehält, was nach l. c. S. 587 wenigstens für die dem Wiedemann-Franzschen Gesetze gut folgenden Metalle zulässig sein müßte, die Gleichung:

$$\sigma = -\frac{\mathfrak{E}}{\frac{\partial T}{\partial x}} = \frac{\alpha}{e}.$$

σ und $\mathfrak{E}$ haben dieselbe Bedeutung wie oben, und es ist[1]) $\alpha = 2{,}02 \cdot 10^{-16}$ Erg pro Grad, $e = 1{,}565 \cdot 10^{-20}$ der Absolutwert der Elektronladung, elektromagnetisch gemessen. Man hat also:

$$\frac{dV}{dT} = \left(\sigma + \frac{\alpha}{e}\right) 10^{-8} \frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}. \qquad (12)$$

Zu derselben Beziehung, nur mit dem entgegengesetzten Vorzeichen, gelangt man auch auf Grund der Theorie von J. J. Thomson[2]). Da $\frac{\alpha}{e} \cdot 10^{-8} = 1{,}29 \cdot 10^{-4}$ Volt pro Grad ist, so lehrt ein Blick auf die Tabelle, daß die Größenordnung des Effekts für die betrachteten Metalle die gleiche sein müßte. Für Silber wäre:

$$\frac{dV}{dT} = +\,1{,}32 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}, \qquad (13)$$

1) P. Drude, Ann. d. Phys. **1**, 566, 1900; **3**, 1, 1900.

1) Baedeker, Die elektrischen Erscheinungen in metallischen Leitern. 1911, S. 7.

2) J. J. Thomson, Korpuskulartheorie der Materie. Braunschweig 1908, S. 75 ff.

also dem Absolutwert nach rund das Vierfache meines experimentellen Grenzwertes. Nach Drude würde sich das warme Ende positiv laden.

Von Interesse ist die Theorie von P. Gruner[1]), und zwar will ich hier ebenfalls seinen ersten Entwurf benutzen, weil in ihm für jedes Metall nur eine einzige individuelle Konstante a vorkommt. Das scheint mir ein wesentlicher Vorzug gegenüber der erweiterten Theorie zu sein, die außerdem noch die aus der Koenigsbergerschen Leitfähigkeitstheorie übernommene Dissoziationswärme q der Elektronen enthält; obwohl nicht in Abrede gestellt werden soll, daß diese zweite Theorie vielleicht eine bessere Anpassung an die Erfahrung ermöglicht. Auf Grund des l. c. S. 531 aus Gruners Gleichung (11), S. 524, abgeleiteten Ausdrucks für das Potentialgefälle des ungleich erwärmten homogenen isolierten Stabes gewinnt man durch Einsetzen der darin enthaltenen Funktionen A, h und U nach einiger Rechnung[2]) die Gleichung:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dV}{dT} &= -\frac{1}{3}\frac{a}{e}\\ \left(1+3\frac{a^2}{T(a+T)}+\frac{a^2}{T\left(a+T\left(1-e^{\frac{a}{T}}\right)\right)}\right)&\end{aligned}\right| \quad (14)$$

oder mit $\frac{a}{T}=z$

$$\frac{dV}{dT} = -\frac{1}{3}\frac{a}{e}\left(1+3\frac{z^2}{1+z}+\frac{z^2}{1+z-e^z}\right). \quad (15)$$

Die Konstante a spielt die Rolle einer für das Metall charakteristischen Temperatur und ist maßgebend[3]) für die Grenzgeschwindigkeit G, welche ein Elektron erreicht haben muß, damit es beim Anprall an ein positives Atom nicht gebunden, sondern reflektiert wird. Für Silber ermittelt Gruner aus der Temperaturabhängigkeit des Leitverhältnisses für $T=291$ den Wert[4]) $a=291$, so daß man für diese Temperatur $z=1$ und damit aus (15) mit Benutzung des obigen $\frac{a}{e}$ Wertes erhält:

$$\frac{dV}{dT} = -4{,}76\cdot 10^{-5}\,\frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}. \quad (16)$$

Man kann aber auch einen Ausdruck benutzen, der die Thomsonwärme explicit enthält. Die Ableitung ergibt sich aus dem Umstande, daß die oben erwähnte Ausgangsgleichung für das Potentialgefälle (l. c. S. 531), ebenso wie der Thomsonkoeffizient (l. c. S. 536), das Differential $d\ln A$ enthalten. Es ergibt sich:

$$\frac{dV}{dT} = +\sigma - \frac{2}{3}\frac{a}{e}$$
$$\left(2-\frac{1}{2}\frac{a^2}{(a+T)^2}-\frac{1}{2}\frac{a^2\left(ae^{\frac{a}{T}}+T\left(1-e^{\frac{a}{T}}\right)\right)}{T\left(a+T\left(1-e^{\frac{a}{T}}\right)\right)^2}\right) \quad (17)$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{dV}{dT} &= +\sigma - \frac{2}{3}\frac{a}{e}\\ \left(2-\frac{1}{2}\frac{z^2}{(z+1)^2}-\frac{1}{2}\frac{z^2(1-e^z+ze^z)}{(1+z-e^z)^2}\right)&.\end{aligned}\right| \quad (18)$$

Für $T=291$ ist (Tabelle l. c. extrapoliert) $\sigma=3{,}16\cdot 10^{-6}$ Volt pro Grad, somit für $z=1$

$$\frac{dV}{dT} = (316-7770)\cdot 10^{-8} = -7{,}45\cdot 10^{-5}\,\frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}. \quad (19)$$

Daß dieser Wert größer ist als der nach (15) berechnete kommt daher, daß die Theorie σ zu groß ergibt. Von der Formel (28) l. c. S. 536 ausgehend ergibt sich:

$$\left.\begin{aligned}\sigma &= \frac{a}{e}\left(1-\frac{1}{3}\frac{a^2(a+4T)}{T(a+T)^2}-\right.\\ &\left.\frac{1}{3}\frac{a^3\left(1+e^{\frac{a}{T}}\right)+2a^2T\left(1-e^{\frac{a}{T}}\right)}{T\left(a+T\left(1-e^{\frac{a}{T}}\right)\right)^2}\right)\end{aligned}\right| \quad (20)$$

$$\left.\begin{aligned}\sigma &= \frac{a}{e}\left(1-\frac{1}{3}\frac{z^3(3z+4)}{(z+1)^2}-\right.\\ &\left.\frac{1}{3}\frac{z^3(1+e^z)+2z^2(1-e^z)}{(1+z-e^z)^2}\right),\end{aligned}\right| \quad (21)$$

woraus für $z=1$ folgt:

$$\sigma = 3012\cdot 10^{-8}\,\frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}. \quad (22)$$

Das ist rund das Zehnfache des empirischen Wertes.

Für Wismut gibt Gruner $a=698$. Mit $z=\frac{a}{T}=\frac{5}{2}$, also für $T=279$ wird nach (21) $\sigma=-16100\cdot 10^{-8}$ Volt pro Grad, während es nach der Tabelle $-426\cdot 10^{-8}$ sein müßte. Ferner liefert mit diesem empirischen Werte die Gl. (18) den Betrag $-8{,}54\cdot 10^{-5}$ Volt pro Grad,

1) P. Gruner, Verh. d. D. Phys. Ges. **10**, 509, 1908; diese Zeitschr. **10**, 48, 1909; Arch. de Genève **28**, 587, 1909. Herr Gruner hat mir in einem Briefe vom 3. II. 1911 mehrere Rechnungen seiner Theorie mitgeteilt, die mir im folgenden zum Teil zur Kontrolle gedient haben. Ich möchte Herrn Gruner auch an dieser Stelle verbindlichst danken.

2) Dabei ist die Anzahl N der Atome pro cm³ als unabhängig von T angenommen, also die thermische Ausdehnung vernachlässigt. Berücksichtigt man letztere, so sieht man, daß dies für die hier interessierende Genauigkeit durchaus unbeträchtlich ist.

3) l. c. 513, 523, 519.

4) Demnach wäre hier $G=9{,}5\cdot 10^6$ cm sec^{-1}.

während nach (15) sich $-2{,}42 \cdot 10^{-4}$ Volt pro Grad ergibt. Ich bin der Ansicht, daß man aus Zahlen, die das Wismut betreffen, sofern nicht alle zugrunde liegenden Messungen am gleichen Stück erfolgten, kein Urteil über die Theorie fällen darf. —

Beachtung verdient ferner die Theorie von K. Baedeker[1]). Danach müßte, wenn ich den Ansatz recht verstanden habe, die Arbeit, welche die Gefällkraft dE leistet, wenn sie die dem Grammolekül entsprechende Elektrizitätsmenge $F = 9647$ positiven elektromagnetischen Einheiten vom kalten zum warmen Ende transportiert, gleich sein der Arbeit, welche nötig ist, die Menge F des Elektronengases vom Zustande T, p in den Zustand $T + dT, p + dp$ überzuführen. Das heißt, es muß sein

$$F \cdot dE = R dT - RT \frac{d \ln p}{dT} dT = -F \cdot dV. \quad (23)$$

Wenn man nun, wie das Krüger[2]) getan hat, und auch Baedeker in seinem Buche S. 93 in Erwägung zieht, die Clausius-Clapeyronsche Gleichung

$$\frac{d \ln p}{dT} = \frac{q}{RT^2}$$

benutzen will, so muß man, wenn man sie in (23) einführt, q ansetzen als Summe aus innerer Dissoziationswärme[3]) $\bar{q}_1$ und äußerer Arbeit RT, denn hier ist unter p der Druck des Elektronengases in dem Raume zwischen den Atomen zu verstehen, d. h. dem sogenannten Kovolumen. Damit wird

$$\frac{dV}{dT} = \frac{1}{F} \frac{\bar{q}_1}{T} \cdot 10^{-8} \frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}, \quad (24)$$

wenn man $\bar{q}_1$ in Erg pro Grammolekül mißt. Die Größenordnung von $\bar{q}_1$ ist nach Koenigsberger[4]) für Pt etwa 14 gr. cal. pro Grammolekül, für Fe etwa 30—40. Man hätte somit bei $T = 273$ für Platin

$$\frac{dV}{dT} = \frac{14 \cdot 4{,}189 \cdot 10^7}{9647 \cdot 273} \cdot 10^{-8} = 2{,}2 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}, \quad (25)$$

während bei Benutzung des Bergschen Wertes für σ (Tabelle) aus dem thermodynamischen Ansatze folgt

$$\frac{dV}{dT} = -\sigma = 9 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}. \quad (26)$$

1) K. Baedeker, diese Zeitschr. **11**, 809, 1910; Ann. d. Phys. **35**, 75, 1911.

2) Krüger, diese Zeitschr. **11**, 800, 1910; **12**, 360, 1911.

3) Ich benutze hier dieselbe Bezeichnung wie Krüger.

4) Joh. Koenigsberger, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **4**, 158, 1907.

Man kann natürlich auch umgekehrt $\bar{q}_1$ aus dieser Annahme, daß $\sigma = -\frac{dV}{dT}$ wäre, berechnen, und es ergibt sich für Eisen

$$\bar{q}_1 = -FT\sigma = \frac{9647 \cdot 10^8 \cdot 273 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{4{,}189 \cdot 10^7} = 25 \text{ gr. cal.} \quad (27)$$

pro Grammolekül; also ein nach obigem durchaus annehmbarer Wert.

Der Theorie von F. Krüger, l. c., zufolge wäre

$$F \cdot \frac{dE}{dT} = -\frac{q_1}{T}, \quad \text{wobei } q_1 = \bar{q}_1 + RT, \quad (28)$$

also

$$\frac{dV}{dT} = \frac{1}{F}\left(\frac{\bar{q}_1}{T} + R\right) \cdot 10^{-8} \frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}, \quad (29)$$

was für Platin und $T = 273$ ergibt

$$\left.\begin{aligned} \frac{dV}{dT} &= 2{,}2 \cdot 10^{-6} + 86{,}3 \cdot 10^{-6} = \\ &= 88{,}5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}. \end{aligned}\right\} \quad (30)$$

Bei der Krügerschen Theorie ist indes zu beachten, daß die so berechnete Potentialdifferenz nicht mit der von mir gemessenen identisch sein kann, da sich die Potentialsprünge des kalten und des warmen Metalls gegen das Vakuum noch superponieren. —

Tabelle 2.

Theorie	Formel	Material	$\frac{dV}{dT} \cdot 10^6 \frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}$
Experimentell . .		*Ag, Ni*	± 35
Lord Kelvin .	(11)	*Ag*	− 3
		Pt	+ 9
		Fe	+ 4
E. Riecke . . .	(7)	*Ag*	+ 523
		Pt	− 150
		Fe II	− 130
P. Drude. . . .	(12)	*Ag*	+ 132
		Pt	+ 120
		Fe II	+ 125
P. Gruner . . .	(15)	*Ag*	− 47,6
	(18)	*Ag*	− 74,5
Baedeker . . .	(24)	*Pt*	+ 2,2
[Krüger	(29)	*Pt*	+ 88,5]

Aus der Zusammenstellung in Tabelle 2 ersieht man, daß für Silber die Elektronentheorien von Riecke und Drude beträchtlich zu große Werte liefern, während die von

Gruner noch haltbar wäre. Der thermodynamische Ansatz ist jedenfalls mit dem Experiment noch vereinbar.

Für eine weitere, durchaus erforderliche, experimentelle Prüfung ist außer der Erhöhung der Empfindlichkeit der Meßanordnung vor allem Gewicht zu legen auf die Sauberkeit der Oberflächen. Messungen irgendwelcher Art, die nicht im Vakuum angestellt sind, wie zum Beispiel die von Harry C. Burbridge[1]), der in Luft den Temperaturkoeffizienten kontaktelektromotorischer Kräfte mißt, sind für das vorliegende Problem nicht in Betracht zu ziehen. Bei Verfeinerung der Anordnung wird es erforderlich sein, im Vakuum geschabte[2]) bzw. abgedrehte Oberflächen der am besten vorher im Vakuum destillierten Metalle — falls dies angängig wäre — zu benutzen. Aber ganz abgesehen von den „Unsauberkeiten" der Metalloberfläche, muß man nach der beachtenswerten Konzeption des Herrn F. Krüger damit rechnen, daß auch die „ideal saubere" Oberfläche sozusagen eine Kontaktkraft gegen das „Vakuum" hat, die Temperaturfunktion ist, so daß das prinzipiell einfach erscheinende Experiment einer weitgehenden technischen Differenzierung bedarf. —

Der Gedanke des Einflusses eines umgebenden Dielektrikums ist übrigens von Oliver Heaviside in seinen „Electrical Papers", Bd. I, bei Besprechung der Kontaktkräfte[3]) in bekannter lichtvoller und mathematisch geistreicher Art behandelt: möglich, daß der Ersetzbarkeit einer elektrischen Doppelschicht durch eine Wirbellinie eine physikalisch tiefere Bedeutung zukommt, als man in der Theorie der Thermoelektrizität bisher angenommen hat.

Von der Verfeinerung der Messung der Gefällkraft wird man nach dem Dargelegten Aufschluß erwarten dürfen über die Zulässigkeit einer Mitführungstheorie überhaupt und über den eventuellen nichtelektrischen Anteil der Thomsonwärme.

1) Harry C. Burbridge, The thermal coefficient of contact electromotiv force. Phys. Rev. (2) **2**, 713—724, 1913.

2) Vgl. K. Fredenhagen, diese Zeitschr. **15**, 65, 1914; Hans Küstner, diese Zeitschr. **15**, 68, 1914.

3) Vgl. hierzu M Abraham, Theorie d. Elektrizität I, 2. Aufl. 1904, S. 200.

Leipzig, Theoretisch-Physikalisches Institut der Universität, 27. Februar 1914.

(Eingegangen 10. März 1914.)

Die chemische Konstante des Wasserstoffs [1]).

Von v. Kohner und P. Winternitz.

(Aus dem Physikalisch-chemischen Institut der Universität Berlin.)

Die Integration der Horstmannschen Reaktionsisochore liefert bekanntlich

$$\ln K_p = -\frac{Q_0}{RT} + \frac{1}{R}\int\frac{dT}{T^2}\int_0^T \Sigma\nu C_p\, dT + J, \quad (1)$$

wo Q_0 die Wärmetönung beim absoluten Nullpunkt, K_p die Gleichgewichtskonstante, C_p die spez. Wärmen bei konstantem Druck bedeuten (K_p auf Partialdrucke bezogen). Die Integrationskonstante J läßt sich nun nach dem Nernstschen Wärmetheorem als Summe von Stoffkonstanten darstellen, die Nernst als „Chemische Konstanten" bezeichnet hat, und zwar sind sie dieselben, die als Integrationskonstanten in der Dampfdruckformel

$$\ln \pi = -\frac{\lambda_0}{RT} + \frac{1}{R}\int\frac{dT}{T^2}\int_0^T (C_p - c)\, dT + i \quad (2)$$

auftreten, wo π den Dampfdruck, C_p und c die spez. Wärmen (bei konstantem Druck) bzw. des Dampfes und des Bodenkörpers, λ_0 die Verdampfungswärme beim absoluten Nullpunkt bedeuten. Auf Grund des Satzes von der Vertretbarkeit der Phasen erhält man jetzt für eine heterogene Reaktion

$$\ln K_p' = \ln K_p - \Sigma n \ln \pi, \quad (3)$$

wo in K_p' nunmehr bloß diejenigen Gase auftreten, die im Gleichgewicht ohne Bodenkörper vorkommen und deren Partialdruck sich daher im Verlauf der Reaktion ändert. Wenn man (1) und (2) in (3) einführt, so resultiert

$$\left.\begin{aligned} \ln K_p' = &-\frac{Q_0'}{RT} + \\ &+ \frac{1}{R}\int\frac{dt}{T^2}\int_0^T (\Sigma\nu C_p + \Sigma nc)\, dt + \Sigma\nu i, \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

wo $Q_0' = Q_0 - \Sigma n\lambda_0$ ist und die Summation ν über die nur als Gase, n die als Bodenkörper vor-

1) Verschiedene Forscher sind in neuerer Zeit zu sehr merkwürdigen Formeln für die chemische Konstante der Gase geführt worden, deren Prüfung von hohem Interesse ist. Für einatomige Gase werden sich die experimentellen Schwierigkeiten wohl stets überwinden lassen; außer der Bestimmung eines geeigneten Gleichgewichts handelt es sich hier nur noch um die Kenntnis des Verlaufs der spezifischen Wärmen der Bodenkörper bis zu den tiefsten Temperaturen, die nach den in unserem Laboratorium ausgearbeiteten Methoden gewonnen werden kann. Bei mehratomigen Gasen muß aber auch der Verlauf des Verlustes der Rotationsenergie bekannt sein; diese wichtige Aufgabe ist aber bekanntlich bisher nur beim Wasserstoff von Eucken gelöst worden. Nernst.

kommenden Substanzen zu erstrecken sind. Wie leicht ersichtlich, fallen sowohl die spez. Wärmen, als auch vor allem die chemischen Konstanten derjenigen Gase fort, die auch als Bodenkörper an der Reaktion teilnehmen. In dem speziellen Fall, wo nur ein einziger, rein gasförmiger Bestandteil an der Reaktion teilnimmt, kann man offenbar bei Kenntnis des Gleichgewichts und der thermischen Daten die chemische Konstante ausrechnen. Bei den sog. permanenten Gasen ist die Ausrechnung aus Gleichgewichten leichter als aus den Dampfdruckformeln, da bei letzteren die thermischen Daten noch ungenügend bekannt sind.

Ganz exakt hat sich aus eben demselben Grunde die Berechnung bisher in keinem Falle durchführen lassen. Als Nernst im Jahre 1906 sein Wärmetheorem aufstellte, war die Kenntnis der thermischen Daten noch weit mangelhafter. Er sah sich daher genötigt, mit annähernden und, wie er ausdrücklich betonte, vorläufigen Annahmen zu rechnen, und zwar nahm er die Differenz der Molekularwärmen von Gas und Bodenkörper beim absoluten Nullpunkt zu 3,5 bei konstantem Druck an; kleine Änderungen dieser Zahl beeinflussen das Resultat kaum. Man erhält daher, indem man die spez. Wärmen in Reihen entwickelt

$$Q = Q_0 + \Sigma\nu\, 3{,}5\, T + \Sigma\nu\beta T^2 + \cdots$$

$$\ln K_p = -\frac{Q_0}{RT} + \Sigma\nu\, 1{\cdot}75 \ln T + \\ + \frac{\Sigma\nu\beta}{R} T + \cdots + \Sigma\nu i$$

oder bei Einführung Briggscher Logarithmen und unter Vernachlässigung höherer Potenzen

$$\log K_p = -\frac{Q_0}{4{\cdot}571\, T} + \Sigma\nu\, 1{\cdot}75 \log T + \Sigma\nu\mathfrak{C}.$$

Analog lautet die Dampfdruckformel

$$\log \pi = -\frac{\lambda_0}{4{\cdot}571\, T} + 1{\cdot}75 \log T + \mathfrak{C}.$$

Diese Formeln haben sowohl zur Vorhersage der Lage chemischer Gleichgewichte, als auch zur Darstellung experimenteller Ergebnisse glänzende Dienste geleistet. Die chemische Konstante $\mathfrak{C}$ ist natürlich nur eine „konventionelle". Die Möglichkeit, überhaupt mit diesen chemischen Konstanten zu rechnen, gründet sich auf die Übereinkunft, den Faktor 1,75 beizubehalten. Die wahren chemischen Konstanten werden erst bekannt, sobald man die Integrale in den Gleichungen (1), (2) und (4) sämtlich auswerten kann. Für feste Körper ist dies schon in vielen Fällen möglich, doch von Gasen ist H_2 das einzige, dessen spez. Wärme bis zu hinreichend tiefen Temperaturen genau bekannt ist. Es kann zwar Gleichung (2) (Dampfdruckformel) zur Berechnung nicht herangezogen werden, wohl aber eine beliebige heterogene Reaktion, wo H_2 als einziges Gas auftritt (vorausgesetzt, daß der gesamte Verlauf der spez. Wärmen aller Komponenten bekannt ist).

Eine solche Reaktion bietet sich in der von Brönsted sehr genau untersuchten Reduktion von Quecksilberoxyd durch Wasserstoff dar. Er bestimmte die elektromotorische Kraft der Kette $H_2 + HgO = Hg + H_2O$ bei verschiedenen Temperaturen. Der Zusammenhang zwischen Affinität und Gleichgewichtskonstante ist

$$A = RT(\Sigma\nu \ln p - \ln K_p),$$

wo p die Anfangsdrucke der an der Reaktion beteiligten Gase bedeuten. Für diese heterogene Reaktion ist

$$A = RT(\ln p_{H_2} - \ln K_p'),$$

wo K_p' demgemäß den Wasserstoffdruck im Gleichgewicht bedeutet, da die Dampfdrucke der drei kondensierten Komponenten sowohl in $\Sigma\nu \ln p$ als auch in K_p vorkommen und sich demgemäß fortheben. Brönsted findet bei seinen Versuchen mit etwa 0,01 normal $NaOH$ als Elektrolyt folgende Werte, die mit den wahren Werten praktisch identisch sind[1]).

$T - 273$	E
16,5	0,9290 Volt
29,5	0,9254 „
41,7	0,9219 „
54,3	0,9186 „

Diese Werte sind bereits auf den Wasserstoffdruck 760 mm umgerechnet.

Brönsted rechnet seine Daten noch auf konstante Konzentration um, was hier jedoch zu unterbleiben hat, da sich alle unsere Formeln auf konstanten Druck beziehen. Aus diesen Zahlen ergibt sich

$$\frac{dE}{dT} = -0{,}000275 \qquad E_{273} = 0{,}9334 \text{ Volt},$$

$$\frac{dA}{dT} = -12{,}65 \qquad A_{273} = 43020.$$

Mit Hilfe der bekannten Beziehungen

$$A - U = T\frac{dA}{dT}$$

folgt $U^{fl.}_{273} = 46470$ Kal. für flüssiges Wasser, $U^{fest}_{273} = 47910$ für festes Eis als Bodenkörper (die Schmelzwärme des Eises zu 1400 Kal. angenommen, die Wärmetönungen bei konstantem Druck genommen). Damit sind nun bei Kenntnis der spez. Wärmen alle erforderlichen Zahlen zur exakten Auswertung gegeben.

1) Brönsted, Zeitschr. f. phys. Chem. **65**, 84 und 744, 1909.

Zunächst ergibt sich

$$U_0 = U_{273} - \int_0^{273} (C_{f H_2} + C_{Hg_s} - C_{Hg} - C_{\text{Eis}})\, dT.$$

Die Integrale haben folgende Werte:

$$1.\ \int_0^{273.1} C_{f H_2}\, dT = 1584.$$

Dieses Integral wurde aus den Euckenschen Messungen[1]) berechnet. Zugrunde gelegt wurden der Rechnung die Formel von Einstein und Stern, die diese Messungen am besten darstellt[2]). Der Energieinhalt besteht außer dem der fortschreitenden Bewegung $(5/2\,RT)$ aus dem der Rotation. Der letztere ist

$$E_r = N_0 \frac{J}{2}(2\pi\nu)^2 = N_0 \left(\frac{h\nu}{2} + \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \right),$$

wo N_0 die Avogadrosche Zahl, J das Trägheitsmoment eines Moleküls und ν die mit der Temperatur veränderliche Frequenz bedeuten. Wir haben von diesem Ausdruck die Nullpunktsenergie $N_0 \frac{J}{2}(2\pi\nu)^2$ abzuziehen. Man findet so 1355 bzw. 229 Kal. für beide Summanden.

$$2.\ \int_0^{273.1} C_{Hg\,O}\, dT = 1934 \text{ Kal.}$$

Die spezifische Wärme von HgO wurde nach Messungen von Russell[3]) und Günther[4]) von uns durch zwei Debyesche Funktionen mit $\beta\nu_1 = 134{,}3$, $\beta\nu_2 = 650$ dargestellt. Für $C_p - C_v$ brauchte man keine Korrektion anzubringen[2]).

Die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Darstellung zeigen folgende Tabellen, deren erste die Messungen von Günther wiedergibt, während sich die zweite auf Russells Versuche bezieht.

Tabelle 1.

T	Wahre Molekularwärmen beobachtet	berechnet
25,1°	1,97	1,99
26,7	2,38	2,50
32,6	2,92	2,94
35,7	3,09	3,29
40,5	3,61	3,71
42,4	3,97	3,89
68,4	5,32	5,44
70,4	5,69	5,53
72,5	5,71	5,61
74,7	5,77	5,73

1) Eucken, Ber. d. Berl. Akad. vom 1. Februar 1912.
2) Einstein u. Stern, Ann. d. Phys. **40**, 551, 1913; betreffs der Genauigkeit der Darstellung siehe auch diese Arbeit.
3) Russell, diese Zeitschr. **13**, 59, 1912.
4) Herrn Günther sind wir für Messungen der spez. Wärme und Überlassung der noch unveröffentlichten Daten zu großem Dank verpflichtet.

Tabelle 2.

$T_2 - T_1$	Mittlere Molekularwärmen beobachtet	berechnet
192,0—83,1	7,66	7,87
273,1—199,0	9,70	9,95
316,2—276,3	10,85	10,55

$$3.\ \int_0^{273.1} C_{Hg}\, dT = 1963 \text{ Kal.}$$

Es setzte sich aus zwei Teilen zusammen, dem Energiegehalt des festen Hg bei seinem Schmelzpunkt und dem des flüssigen zwischen dem Schmelzpunkt und dem Eispunkt. Die spez. Wärme des festen Hg ist nach Pollitzer[1]) durch eine Nernst-Lindemannsche Funktion mit $\beta\nu = 97$ darstellbar. Der Koeffizient von T^3 in der $(C_p - C_v)$-Korrektion ist $21 \cdot 10^{-5}$. Das Integral für festes Hg beträgt 1235 Kal. Die mittlere spez. Wärme des flüssigen Hg ist im genannten Gebiet 6,68 Kal. Also das betreffende Integral 258 Kal. Zu diesen beiden Integralen tritt noch die Schmelzwärme 555 Kal., so daß die gesamte von Hg herrührende Korrektion der Wärmetönung 2048 Kal. ist.

$$4.\ \int_0^{273.1} C_{\text{Eis}}\, dT = 1269 \text{ Kal.}$$

Die spez. Wärme wurde nach Nernst[2]) durch die Summe aus einer Debyeschen Funktion mit $\beta\nu = 155$, einer Einsteinschen mit $\beta\nu = 355$ und vier Einsteinschen mit $\beta\nu = 1130$ dargestellt. Diese Summe bezieht sich auf ein Molekül $(H_2O)_2$. Mit Hilfe dieser Zahlen wird

$$U_0 = 47910 - 1584 - 1934 + \\ + 2048 + 1269 = 47700 \text{ Kal.}$$

Formel (4) gibt

$$\log K_p' = -\frac{U_0}{4{,}571\,T} \\ + \frac{1}{4{,}571} \int_0^T \frac{dT}{T^2} \int_0^T (C_{f H_2} + C_{Hg\,O} - C_{H_2O} - C_{Hg})\, dT \\ + \mathfrak{C}$$

$$\frac{U_0}{4{,}571\,T} = \frac{47700}{4{,}571 \cdot 273{,}1} = 38{,}212.$$

Im folgenden findet sich die Berechnung der Integrale.

$$\frac{1}{4{,}571} \int_0^{273.1} \frac{dT}{T^2} \int_0^{273.1} c\, dT.$$

Bei H_2 wurde das Integral wieder in zwei Teile zerlegt; die translatorische Bewegung lie-

1) Pollitzer, Zeitschr. f. Elektrochem. **17**, 5, 1911.
2) Nernst, Vortrag, gehalten auf dem Wolfskehl-Kongreß, Göttingen 1913.

fert $2{,}5 \log T = 6{,}091$. Der Anteil der rotatorischen Bewegung wurde durch mechanische Quadratur ausgewertet. $\frac{1}{T^2}\int_0^T c\,dT$ wurde als Temperaturfunktion aufgetragen (s. o.) und der Flächeninhalt der erhaltenen Kurve durch Zerlegung in 27 Trapeze sicherlich hinreichend genau ermittelt, da der Gesamtwert noch nicht 2 Proz. des von der translatorischen Bewegung herrührenden Teiles ausmacht. Er beträgt 0,102. Daher ist

$$1.\quad \frac{1}{4{,}571}\int_0^{273{,}1}\frac{dT}{T^2}\int_0^{273{,}1} C_{p\,H_2}\,dT = 6{,}193,$$

$$2.\quad \frac{1}{4{,}571}\int_0^{273{,}1}\frac{dT}{T^2}\int_0^{273{,}1} C_{Hg\,O}\,dT = 1{,}922,$$

$$3.\quad \frac{1}{4{,}571}\int_0^{273{,}1}\frac{dT}{T^2}\int_0^{273{,}1} C_{\text{Eis}}\,dT = 0{,}996,$$

für die Konstanten der spez. Wärme wurden dieselben Zahlen wie oben verwendet.

$$4.\quad \frac{1}{4{,}571}\int_0^{273{,}1}\frac{dT}{T^2}\int_0^{273{,}1} C_{Hg}\,dT = 2{,}065.$$

Die Schmelzwärme spielt hier selbstredend keine Rolle, da durch den Schmelzprozeß wohl $\frac{dA}{dT}$, nicht jedoch A einen Sprung erleidet.

Endlich berechnet sich K_p' aus der Gleichung (6a), da der Wert von $p_{H_2} = 1$ ist;

$$\log K_p' = -\frac{A}{4{,}571\,T} = -\frac{43020}{4{,}571 \times 273{,}1} = -34{,}463.$$

Durch Substitution in Gleichung (4) folgt

$$-34{,}463 = -38{,}212 + 6{,}193 + 1{,}920 - 0{,}996 - 2{,}065 + \mathfrak{C}_{H_2},$$

oder

$$\mathfrak{C}_{H_2} = -1{,}303.$$

Die Unsicherheit in den spez. Wärmen kann diese Zahl höchstens um einige Einheiten der zweiten Dezimalstelle ändern, da eine derartige Verschiebung erst eintritt, wenn man die Werte für $\beta\nu$ um etwa 30 Einheiten nach oben oder unten variiert, was die Unsicherheit der spez. Wärme weitaus übertrifft. Beträchtlich größer ist die von der Affinität und Wärmetönung herrührende Unsicherheit. Dabei kommt es aber, wie die benutzten Formeln lehren, ausschließlich auf die Differenz zwischen A und U bzw. U_0 an; auch ganz falsche Werte der elektromotorischen Kraft würden eine richtige Konstante geben, wenn nur $A - U$ genau bleibt. Nun ist diese Differenz andererseits aus $\frac{dA}{dT}$ berechnet und daher basiert die Genauigkeit der gefundenen Zahl im wesentlichen auf der Genauigkeit, mit der Brönsted den Temperaturkoeffizienten seiner elektromotorischen Kraft bestimmen konnte[1]). Ein Fehler von 130 Kal. in $A - U$ macht eine Einheit der ersten Dezimale aus; ferner ist in unserem Falle $A - U = 4660$ Kal. Das heißt also, sofern der Brönstedsche Temperaturkoeffizient nur auf 3 Proz. genau ist, ist unsere Berechnung auf eine Einheit der ersten Dezimale sicher. Niemand, der sich eingehend mit der Brönstedschen Arbeit befaßt hat, wird daran zweifeln, daß diese Forderung erfüllt ist, vorausgesetzt, daß die Messungen nicht durch systematische Fehler entstellt sind.

Beide Fehlerquellen zusammenfassend sei eine maximale Unsicherheit von $\pm 0{,}15$ Einheiten zugestanden.

Zur Kontrolle wurden die Messungen von Hulett und Taylor[2]) über die Dissoziationsspannung des Quecksilberoxyds rechnerisch verwertet. Es wurde aus den beiden Werten bei 400° und 480° C., die die Autoren selber ihrer thermodynamischen Berechnung zugrunde legen, die Wärmetönung und Affinität der Gasreaktion nach dem zweiten Wärmesatz berechnet. Mit Hilfe der Knudsenschen Quecksilberdampfdrucke (bei 0° C) und aus der Verdampfungswärme des Quecksilbers[3]) wurden die charakteristischen Größen auf flüssiges Hg umgerechnet. Die Wasserdampfdissoziation — nach Bjerrum[4]) berechnet — und die dazu gehörige Wärmetönung liefern endlich A und U für die von Brönsted untersuchte Reaktion. Bemerkt muß aber werden, daß die vielen Umrechnungen mannigfache Fehlerquellen mit sich bringen, die allerdings zum Teil wieder dadurch kompensiert werden, daß sie für A und U meist dasselbe Vorzeichen und ähnliche absolute Größe haben, während es für die chemische Konstante, wie ausführlich auseinandergesetzt, nur auf Differenz $A - U$ ankommt. Nach Hulett und Taylor berechnen wir in der angedeuteten Weise $C = -1{,}22$, also noch innerhalb der

1) Das leuchtet übrigens ohne weiteres ein, wenn man bedenkt, daß $\frac{dA}{dT} = -S$, wo S die Entropie, und daß zwischen den Entropiekonstanten und der chemischen Konstante der einfache Zusammenhang besteht

$$\mathfrak{C} = \frac{S_0 - \epsilon_p + R \ln K}{2{,}3\,R}.$$

2) Hulett u. Taylor, Journ. of Phys. Chem. **17** (7), 565, 1912.

3) M. Knudsen, Ann. d. Phys. (4) **29**, 184, 1909.

4) Bjerrum, Zeitschr. f. phys. Chem. **79**, 513, 1912.

angegebenen Fehlergrenzen. Die oben gefundene Zahl ist aber zweifellos sicherer.

Aus kinetischen Betrachtungen fanden nun Sackur[1]), Tetrode[2]) und O. Stern[3]) für die chemische Konstante einatomiger Gase

$\mathfrak{C} = -1{,}021 + 1{,}5 \log M$ (M Molekulargewicht).

Da wir den Abfall der spez. Wärme bis zur Einatomigkeit verfolgt, oder mit anderen Worten das Gleichgewicht bis zu entsprechend tiefen Temperaturen heruntergerechnet haben, wäre diese Formel hier anzuwenden.

Man findet

$$\mathfrak{C} = -1{,}17.$$

Der Wert liegt innerhalb der möglichen Fehlergrenzen.

Zusammenfassung: Es wurde die wahre chemische Konstante des Wasserstoffs auf thermodynamischem Wege ermittelt.

Wir möchten nicht versäumen, an dieser Stelle Herrn Prof. Nernst für die Anregung zu dieser Berechnung unsern wärmsten Dank auszusprechen.

1) O. Sackur, Ann. d. Phys. **40**, 67, 1913. Siehe auch Jahresber. d. Schles. Ges. 1913.
2) H. Tetrode, Ann. d. Phys. **38**, 434; **39**, 255, 1912.
3) O. Stern, diese Zeitschr. **14**, 629, 1913.

(Eingegangen 13. März 1914.)

Über eine Anwendung der Nernstschen Näherungsformel.

(Aus dem Physikalisch-chemischen Institut der Universität Berlin.)

Von P. Winternitz.

Für die molekulare Verdampfungswärme einer Flüssigkeit bzw. eines festen Körpers bei ihrem Siedepunkt sind zwei Regeln bekannt — die von Trouton bzw. die von Le Chatelier-Forcrand.

Erstere wurde von Nernst[1]) einer Revision unterzogen und soll hier beiseite bleiben, da es sich um eine Anwendung der Nernstschen Näherungsformel handelt, die sich auf feste Stoffe bezieht.

Bei der Regel von Le Chatelier-Forcrand[2]) handelt es sich ursprünglich um chemische Reaktionen vom Typus der $CaCO_3$-Dissoziation. Ein prinzipieller Unterschied zwischen den Dissoziationsdrucken derartiger Reaktionen und Sublimationsdrucken ist nicht vorhanden.

Nach Le Chatelier soll nun der Quotient $\frac{Q}{T}$ für derartige Reaktionen den Wert 33 haben. Nernst[1]) hat gezeigt, daß sich mit Hilfe seines Wärmetheorems diese empirische Beziehung nicht nur theoretisch begründen, sondern auch ihr Gültigkeitsbereich vorhersagen läßt, und das Postulat aufgestellt, daß sie sowohl bei sehr hohen als auch bei sehr tiefen Temperaturen versagen muß.

Neuere Bestimmungen geben die Möglichkeit, $\frac{Q}{T}$ für diese extremen Fälle zu berechnen, da einerseits Kamerlingh Onnes und Travers die Dampfdruckkurve des Wasserstoffs bis zum Tripelpunkt hinab verfolgten und andererseits Langmuir die Tensionen des Wolframs ermitteln konnte.

Für die Verdampfungswärme des flüssigen Wasserstoffs finden Kamerlingh Onnes und seine Mitarbeiter[2]) aus der Dampfdruckkurve, sowie Keesom[3]) durch direkte Bestimmung einen von dem älteren Dewarschen[4]) erheblich abweichenden Wert zwischen

$$L = 106{,}4 \quad \text{und} \quad L = 110{,}2 \text{ cal},$$

im Mittel also $L = 108{,}4$ cal für $p = 75{,}15$ cm, es folgt die molekulare Verdampfungswärme

$$\lambda = 218{,}4 \text{ cal}.$$

Der Tripelpunkt des Wasserstoffs wurde festgelegt[5]) für

$$p = 53{,}8 \text{ mm} \quad \text{und} \quad T = 13{,}94 \text{ abs}.$$

Da nun

$$\frac{d\lambda}{dT} = c_{gas} - c_{fl} \backsim -3 \left(c_{gas} = \frac{5}{2} R;\ c_{fl} \backsim 8 \right)$$

würde für den Tripelpunkt als molekulare Verdampfungswärme des flüssigen Wasserstoffs resultieren:

$$\lambda_{fl} \backsim 237 \text{ cal}$$

und

$$\lambda = \lambda_{fl} + \sigma$$

für festen Wasserstoff, wo σ die Schmelzwärme ist. Diese ist unbekannt, läßt sich aber ungefähr schätzen. Für einatomige Metalle gilt mit ziemlicher Annäherung $\sigma = 2\,T_s$, wenn T_s der Schmelzpunkt ist; je mehr Atome im Molekül die Flüssigkeit enthält, desto größer wird im allgemeinen der Zahlenfaktor; er liegt bei Wasser

1) Vgl. Nernst, Theoret. Chemie, 7. Aufl., S. 294.
2) Forcrand, Ann. de chim. et de phys. (7) **28**, 545, 1903. Vgl. auch Matignon, Compt. rend. **128**, 103, 1899.

1) Nernst, Theor. Chemie, 7. Aufl., S. 746; Ber. d. D. chem. Ges. **47**, 632, 1914. Siehe auch Pollitzer, Die Berechnung chem. Affinitäten usw. Stuttgart 1912, S. 114 ff.
2) Kamerlingh Onnes und W. J. de Haas, Leiden Comm. 127c; Kamerlingh Onnes und Crommelin, Leiden Comm. 137a; Kamerlingh Onnes und W. H. Keesom, Leiden Comm. 137d.
3) W. H. Keesom, Leiden Comm. 137e.
4) Dewar, Proc. Roy. Soc. London **76**, 325, 1905.
5) Kamerlingh Onnes und C. Brock, Leiden Comm. 95e.

zwischen 6 und 7, während v. Siemens[1]) für den vermutlich zweiatomigen Stickstoff kürzlich 3 fand.

Man wird also keinen großen Fehler begehen, wenn man auch hier σ zu 3τ annimmt.

Man findet (immer nur in erster Näherung)

$$\lambda_{\text{fest}} \backsim 237 + 42 = 279 \text{ cal}$$

und

$$\frac{d\lambda}{dT} = c_{\text{gas}} - c_{\text{fest}} = -1,$$

wenn man die Gültigkeit des Dulong-Petitschen Gesetzes beim Schmelzpunkt voraussetzt, so daß im Mittel zwischen 14 und 19° abs. wird

$$\lambda_{\text{fest}} \backsim 277 \text{ cal}.$$

Der Siedepunkt des festen Wasserstoffs folgt nun aus der bekannten Gleichung

$$\log p_0 - \log p_1 = \frac{\lambda}{4{,}571}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_0}\right),$$

wenn sich der Index 0 auf den Siedepunkt, der Index 1 auf den Tripelpunkt bezieht, da für den letzteren

$$p = 53{,}8 \text{ mm}, \quad T = 13{,}94$$

zu

$$T_0 = 19{,}0$$

und somit $\frac{\lambda}{T_0} = 15$ ein von 32 total verschiedener Wert. Wohl aber bewährt sich die Nernstsche Näherungsformel auch hier.

Aus

$$\log p_0 = -\frac{\lambda}{4{,}571\, T_0} + 1{,}75 \log T_0 + 1{,}53 = 0$$

berechnet sich

$$\frac{\lambda}{T_0} = 17$$

in hinlänglicher Übereinstimmung bei der Ungenauigkeit von λ.

Betont muß werden, daß Wasserstoff insofern eine Ausnahmerolle spielt, als seine „chemische Konstante" sich aus Dampfdruck und chemischen Gleichgewichten übereinstimmend zu ungefähr 1,53 berechnet, sofern man mit der Näherungsformel operiert, das aber für die allermeisten anderen Stoffe 3 die richtigen Werte liefert. Die Kleinheit der chemischen Konstante ist auch mit der vorstehenden Betrachtung in Übereinstimmung.

Eine ähnliche Rechnung läßt sich auch für das andere Extrem — sehr hohe Temperatur — durchführen.

In einer kürzlich erschienenen Arbeit hat Langmuir[2]) den Dampfdruck des metallischen Wolframs aus der Verdampfungsgeschwindigkeit gegen das Vakuum unter der Annahme berechnet, daß der Akkommodationskoeffizient des Wolframs 1 sei, d. h. daß alle auftreffenden Wolframdampfmoleküle vom festen Wolfram absorbiert und keine reflektiert werden.

Aus der gefundenen Kurve läßt sich der Siedepunkt des festen Wolframs (bei 760 mm) auf 5100° extrapolieren.

Ferner berechnet Langmuir nach dem zweiten Hauptsatz für die Verdampfungswärme

$$\lambda = 217\,800 - 1{,}8\, T \text{ cal}$$

und bemerkt, „dieser Wert ist größer als die bei irgendeiner bekannten chemischen Reaktion entwickelte Wärme". Das liegt aber offenbar nur daran, daß es bisher nicht gelungen ist, bei so hohen Temperaturen verlaufende Reaktionen zu studieren, was auch in der Nernstschen Näherungsformel anschaulich zum Ausdruck kommt.

Rechnen wir mit ihr, so wird

$$\log p = -\frac{\lambda}{4{,}571\, T} + 1{,}75 \log T + 3$$

daher für $T = 5100°$ und $p = 1$

$$\frac{\lambda}{5100} = (6{,}61 + 3)\, 4{,}571 = 43{,}9$$

und $\lambda = 223\,900$ cal; hier bezieht sich λ auf Zimmertemperatur. Für den Siedepunkt wird entsprechend

$$\lambda_0 = 215\,000 \text{ cal} \quad \text{ber.}$$
$$\lambda_0 = 209\,000 \text{ cal} \quad \text{gef.},$$

und es wird weiter

$$\frac{\lambda_0}{T_0} = 42{,}2 \quad \text{ber.},$$
$$\frac{\lambda_0}{T_0} = 41{,}0 \quad \text{gef.}$$

Wieder ist der Faktor von dem Le Chatelier-Forcrandschen ganz erheblich verschieden, während die Nernstsche Näherungsformel richtige Werte gibt.

Im Prinzip dasselbe ist es natürlich, wenn man umgekehrt mit dem von Langmuir gefundenen λ die Dampfdrucke nach der Näherungsformel berechnet und mit der aus seinen Werten interpolierten Formel vergleicht.

Man erhält für einige Werte

$\log \pi_{\text{mm}}$	$T_{\text{beob.}}$	$T_{\text{ber.}}$	Δ
−11,190	2000°	2001°	+1°
− 6,531	2500	2590	+90
− 3,441	3000	3090	+90
− 1,243	3500	3525	+25

Indes ist durch die vorstehenden Berechnungen ein überzeugender Beweis für die Er-

1) H. v. Siemens, Ann. d. Phys. **42**, 871, 1913.
2) Langmuir, diese Zeitschr. **14**, 1273, 1913.

laubtheit der von Langmuir gemachten Annahmen nicht erbracht. Wenn nämlich die berechneten Drucke immer kleiner bleiben als die tatsächlichen, sich ihnen aber mit steigender Temperatur nähern, entstehen Fehler von π und λ, die sich wenigstens zum Teil kompensieren, wie in einfacher Weise aus der Nernstschen Näherungsformel folgt. Es ist ja auch die Angabe v. Wartenbergs[1]), daß Wo kurz oberhalb des Schmelzpunktes siedet, mit Langmuirs Werten nicht in Übereinstimmung zu bringen, da das bei einem Drucke von wenigen Hundertsteln Millimetern auch im Hochvakuum unmöglich ist. Es ist daher von um so größerem Interesse, Metalle von bekanntem Dampfdruck zu untersuchen und so den Einfluß des Akkommodationskoeffizienten und anderer Umstände festzustellen, die die Gültigkeit der Grundformel

$$m = \sqrt{\frac{M}{2\pi RT}} \cdot p$$

beeinträchtigen könnten. Dafür haben Herr Dr. Bennewitz und ich unabhängig von Langmuir eine vollständig abweichende Methode ausgearbeitet. Wir sind bereits seit einiger Zeit damit beschäftigt, leichtflüchtige Metalle zu untersuchen.

Zusammenfassung: Es wird am Wasserstoff und Wolfram gezeigt, daß die Le Chatelier-Forcrandsche Regel sowohl bei sehr hohen wie bei sehr tiefen Temperaturen vollkommen versagt, und der Quotient $\frac{Q}{T}$ sich in einfacher Weise mit ziemlicher Annäherung aus der Nernstschen Näherungsformel berechnen läßt.

1) v. Wartenberg, Ber. d. D. chem. Ges. **40**, 3289, 1907.

(Eingegangen 13. März 1914.)

Die Berechnung der Kristallstruktur aus Interferenzaufnahmen mit X-Strahlen.

Von P. P. Ewald.

Die Berechnung der Kristallstruktur ist bisher nur von den Herren Bragg auf Grund von Reflexionsversuchen mit Röntgenstrahlen ausgeführt worden. Ihre Methode hat den Vorzug, die Struktur in großen Zügen verhältnismäßig leicht zu bestimmen, aber die Genauigkeit, die hierbei erreichbar ist, scheint mir aus zwei Gründen prinzipiell beschränkt zu sein. Der erste Grund ist, daß es große Schwierigkeiten bereitet, die Röntgenröhre während der ganzen Zeit der Reflexionsaufnahme an einer Fläche konstant zu halten, und daß daher die Intensitätsverhältnisse der verschiedenen Ordnungen selbst durch wiederholtes Messen nur annähernd festzustellen sind. Dies zeigt sich u. a. in den Angaben[1]) über die Reflexion an Pyrit {100}, wo das Intensitätsverhältnis zwischen erstem und zweitem Spektrum einmal (S. 484) zu 0,75, kurz vorher (S. 482) zu 0,80 angegeben ist[2]).

Der zweite Grund liegt in der Schwierigkeit der Interpretation der erhaltenen Intensitäten. Um nämlich abzuschätzen, welche Schwächung etwa durch die Struktur bedingt ist, und um hieraus auf die Anordnung der reflektierenden Flächen zu schließen, muß der „ideale" Intensitätsabfall der Spektren höherer Ordnung bekannt sein, d. h. sowohl der Abfall, der durch das wachsende Auflösungsvermögen der höheren Ordnungen bedingt ist (Lorentzscher Faktor $(h_1^2 + h_2^2 + h_3^2)^{-1}$) als auch die durch den zunehmenden Einfluß der Rauhigkeit der Flächen (infolge Wärmebewegung) hervorgerufene Intensitätsabnahme (Debyescher Faktor). Dieser „ideale" Abfall ist nun wegen des Anteils der Wärmebewegung von Kristall zu Kristall verschieden und läßt sich ohne Kenntnis der Struktur und der thermischen Eigenschaften auch nicht im voraus berechnen.

Die Herren Bragg behelfen sich damit, allen Kristallen den idealen Abfall 100 : 20 : 7 : 3 : 1 zugrunde zu legen; dabei wird kein Unterschied zwischen Steinsalz und Pyrit gemacht, obwohl ihre thermischen Eigenschaften und daher ihr individueller „idealer Abfall" stark verschieden sind.

Es ist natürlich, daß man sich bei dieser Ungenauigkeit der Ausgangsdaten darauf beschränken muß, die gemessenen Intensitäten ungefähr durch eine geschickte Anordnung der reflektierenden Flächen wiederzugeben.

Wo nun — wie es sich z. B. bei Diamant nachträglich herausstellt — ein Grund für rationale Abstandsverhältnisse vorliegt, wird man sich mit der Reflexionsmessung an wenigen Flächen begnügen dürfen, welche eine Auswahl unter den rationalen Werten ermöglicht. Sind aber keine Anhaltspunkte für rationale Verhältnisse gegeben, was z. B. schon bei der sonst so ähnlichen Struktur der Zinkblende zutrifft, so erfordert die genaue Lagebestimmung die Messung der Reflexion an sehr vielen Flächen. Da das nach der Methode von Laue-Friedrich-Knipping hergestellte Interferenzbild die Reflexion an allen Flächen zeigt, so ist es geeignet, die Feinheiten der Struktur mit größerer

1) W. L. Bragg, Proc. Roy. Soc. London **89** A, 468, 1914.

2) Herr Bragg schreibt mir, daß es ihm neuerdings gelungen sei, die Meßgenauigkeit zu erhöhen.

Schärfe zu offenbaren, als es mit Reflexionsmessungen geschehen kann.

Freilich gehört zu der Methode, die nun kurz auseinandergesetzt wird, daß die grobe Arbeit, nämlich die Bestimmung des Gittertypus, bereits erledigt ist; es soll sich nur noch darum handeln, einen Parameter, etwa — wie bei Pyrit — das Abstandsverhältnis auf der Diagonalenrichtung genau zu bestimmen.

Ein derartiger Fall liegt vor, wenn die Strukturen isomorpher Kristalle von einfacher Konstitution verglichen werden, denn diese unterscheiden sich nach den bisherigen Erfahrungen nur durch ihre Parameterwerte (vgl. Braggs[1]) Angaben über Kalkspat, Dolomit, $NaNO_3$; Pyrit und Hauerit). Gerade bei diesen Kristallen liegt ein besonderes Interesse an der möglichst genauen Feststellung der Struktur.

In den Interferenzbildern macht sich die Struktur in der Intensität der Flecken bemerkbar; diese hängt außer von der Wellenlänge noch von dem mehr oder weniger guten Zusammenwirken der verschiedenen elementaren Raumgitter ab, aus denen die Struktur aufgebaut ist. Die Amplitude eines Interferenzstrahls wird durch den Strukturfaktor Σ gegeben, der gerade dadurch entsteht, daß die Interferenzmaxima der einzelnen Raumgitter einen bestimmten Phasenunterschied haben:

$$\sum = \sum_{(\varkappa)} e^{\frac{2\pi i}{a}(h_1\xi_\varkappa + h_2\eta_\varkappa + h_3\zeta_\varkappa)};$$

hierin sind $\xi_\varkappa$, $\eta_\varkappa$, $\zeta_\varkappa$ die „Konstruktionspunkte", d. h. die Koordinaten der Anfangspunkte der elementaren Raumgitter.

Während beim elementaren Raumgitter die Intensität sich mit der Wellenlänge ganz allmählich ändert (die Kurve der spektralen Intensitätsverteilung ist „glatt"), kann die durch den Strukturfaktor Σ eines komplizierten Gitters bewirkte Verschiedenheit der Intensität auch für benachbarte Wellenlängen sehr groß sein, wenn diese in verschiedenen Flecken vertreten sind; ja, im Fall hemiedrischer Interferenzbilder (Pyrit, Hauerit, Natriumchlorat, vgl. G. Friedel[2]) haben die hemiedrischen Flecken allein wegen des Faktors Σ verschiedene Helligkeit, obwohl ihre Wellenlänge, Absorption usw. identisch ist.

Ist nun bloß noch ein Parameter der Struktur unbekannt, so läßt sich für einige ausgewählte Flecken von gleicher oder benachbarter Wellenlänge die Änderung von Σ mit dem Parameter feststellen, und es läßt sich dann mit großer Schärfe derjenige Parameterwert bestimmen, der am besten die Intensitäten erklärt.

Das Verfahren wird am deutlichsten durch eine Anwendung auf Pyrit werden. Seine Struktur, die z. T. in dieser Zeitschr. **15**, 78, 1914 von Herrn Bragg[1]) angegeben worden ist, enthält als Parameter, dessen Bestimmung genauer zu geschehen hat, das Abstandsverhältnis der Atome auf den Diagonalenrichtungen. Herr Bragg findet, daß der Abstand zweier Schwefelatome $^1/_5$ des Abstandes von Eisenatomen ist, doch zeigt sich an der Interferenzaufnahme sofort, daß dieser Wert nicht richtig sein kann. (Die Flecken $37\bar{2}$ und $73\bar{2}$, sowie $18\bar{2}$ und $81\bar{2}$ sollten danach je gleiche Intensität haben, was nicht zutrifft[2]). Betrachtet man das allgemeinere System, dessen Abstandsverhältnis nicht $^1/_5$, sondern $\alpha/_5$ ist, so lautet der Strukturfaktor für Flecken mit gemischten Indizes (teils gerade, teils ungerade) nach Zusammenfassung der Exponentialfunktionen zu trigonometrischen:

$$\begin{aligned}\sum = {} & (-1)^{h_2}\cos\frac{\pi}{5}\alpha(h_1 - h_2 - h_3) + \\ & + (-1)^{h_1}\cos\frac{\pi}{5}\alpha(-h_1 + h_2 - h_3) + \\ & + (-1)^{h_3}\cos\frac{\pi}{5}\alpha(-h_1 - h_2 + h_3) + \\ & + (-1)^{h_1+h_2+h_3}\cos\frac{\pi}{5}\alpha(h_1 + h_2 + h_3).\end{aligned}$$

Betrachten wir, um Diskussionen über das Spektrum ganz aus dem Wege zu gehen, die Flecken $25\bar{1}$, $52\bar{1}$; $37\bar{2}$, $73\bar{2}$; $18\bar{2}$, $81\bar{2}$, welche paarweise gleiche Wellenlänge haben. Werden diese Indizes in die Formel für Σ eingesetzt, so läßt sich Σ für $\alpha = 1$ berechnen, und gibt die Intensitäten, welche der von Herrn Bragg vorgeschlagenen Struktur zukommen; wird α nur wenig anders als 1 gewählt, so verändert sich Σ bereits erheblich, und zwar ist für kleine Änderungen von α der Verlauf von Σ hinreichend genau geradlinig darzustellen.

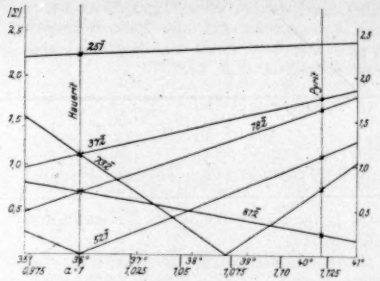
Man erhält so die Interpolationsfigur (S. 401) in der der absolute Betrag von Σ als Funktion von α aufgetragen ist; es ist schön zu sehen, wie die Intensität von $52\bar{1}$, welche etwa $^1/_4$ von der von $25\bar{1}$ ist, bei $\alpha = 1$ überhaupt Null ist, sich aber dem richtigen Wert ($\Sigma_{52\bar{1}} = {}^1/_2 \cdot \Sigma_{25\bar{1}}$) nähert, wenn α größer gewählt wird ($\alpha = 1{,}12$). Beobachtet ist ferner, daß $73\bar{2}$ bedeutend schwächer als $37\bar{2}$ ist, und $81\bar{2}$ überhaupt kaum sichtbar, während $18\bar{2}$ etwa gleich stark wie $37\bar{2}$ ist. Bei $\alpha = 1$

1) loc. cit.

2) Comptes Rendus, S. 1533, 29. Dez. 1913. Bezüglich der dort gezogenen Folgerungen über die Symmetrie der Interferenzbilder mag bemerkt werden, daß in der Tat nach Aufnahmen im hiesigen Institut Natriumchlorat (Klasse 28) hemiedrische Bilder liefert, und zwar rechts- und linksdrehende Kristalle die gleichen Bilder, wie es nach G. Friedel sein soll.

1) Ausführlich loc. cit.

2) Die Photogramme von Pyrit und Hauerit werden demnächst in den Ann. d. Phys. reproduziert erscheinen.



sind die Strukturfaktoren je zweier Flecke gleich, bei $\alpha = 1{,}12$ hingegen haben sie Werte, welche die Intensitäten aufs beste erklären. Es kann somit geschlossen werden, daß der wahre Wert von α zwischen 1,11 und 1,125 liegt, und somit das Abstandsverhältnis nicht $^1/_5$, sondern etwa $\frac{1{,}12}{5}$ ist.

Sehr mühelos ist genaue Bestimmung des Aufbaues von Hauerit, indem dort sozusagen das Fehlen eines Fleckes den Wert von α sofort entscheidet. Während nämlich $25\bar{1}$ sehr stark ist, fehlt $52\bar{1}$ so vollständig, daß nicht die geringste Spur dieses Fleckes zu entdecken ist. Daher muß α mit großer Genauigkeit gleich 1 sein — bis auf weniger als 1 Proz. Dieser Wert stimmt auch für die anderen Flecke.

In den Beispielen des Pyrit und des Hauerit war die Benutzung der hemiedrischen Flecken besonders bequem, weil sie nicht die Kenntnis der Spektralkurve voraussetzt. Bei Kristallen mit holoedrischen Interferenzbildern müssen Flecken benutzt werden, die möglichst ähnliche Wellenlängen haben, und deren Indizes außerdem nicht zu sehr verschieden sind. (Das letztere hängt mit der Verschiedenheit der Spektralkurven für verschiedene Aufzählungsindizes zusammen[1]). Doch erschwert dieser Umstand das Verfahren nicht wesentlich, namentlich nicht, wo es sich um den Vergleich innerhalb einer isomorphen Reihe handelt.

Zusammenfassung. Es wird eine Methode angegeben, Feinheiten der Kristallstruktur, welche über die Genauigkeit der Braggschen Reflexionsmessungen hinausgehen, aus den Interferenzaufnahmen nach Laue-Friedrich-Knipping festzustellen.

Die Methode wird auf Pyrit und Hauerit angewandt.

München, Institut für theoret. Physik.

(Eingegangen 15. März 1914.)

1) Vgl. eine demnächst in den Ann. d. Phys. erscheinende Arbeit, oder auch A. Sommerfeld, II. Conseil Solvay, Brüssel 1913.

Experimenteller Beitrag zur Interferenz der Röntgenstrahlen. II.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von R. Glocker.

Auf der 85. Naturforscherversammlung in Wien hat Herr E. Wagner[1]) über gemeinsam mit dem Verfasser ausgeführte Versuche berichtet, deren Resultate hier zunächst noch einmal kurz zusammengefaßt werden:

1. Die an einem Kochsalzraumgitter abgebeugten Röntgenstrahlen sind „monochromatisches" Röntgenlicht — monochromatisch in dem Sinn verstanden, daß außer der Grundwellenlänge noch die Obertöne vertreten sind — im Gegensatz zu dem von einer Röntgenröhre emittierten Strahlengemisch, das als „weißes" Röntgenlicht bezeichnet werden kann.
2. Diese Quelle monochromatischer Strahlung erwies sich als genügend intensiv, um bei nicht allzu großer Expositionsdauer (etwa 15—20 Stunden) vollständige „selektive" Kristallphotogramme zu erhalten.
3. Es war damit die Möglichkeit gegeben, Röntgenstrahlen von einer bestimmten Wellenlänge in genügender Intensität zu erzeugen, um mittels der photographischen Methode die Struktur der Kristalle zu erforschen. Eine Vergleichung der „weißen" und der „selektiven" Aufnahme, sowie eine genaue Winkelbestimmung des Kristalls I, dessen Raumgitter der benutzte Interferenzstrahl entstammt, ermöglicht es, nicht nur über die Raumgitterbeschaffenheit des untersuchten Kristalls II etwas auszusagen, sondern direkt das Verhältnis der beiden Gitterkonstanten zu bestimmen.

Nachdem in der früheren Veröffentlichung die prinzipielle Frage nach der Natur der Interferenzstrahlen entschieden worden ist, soll im folgenden kurz über Versuche berichtet werden, die eine Anwendung der früher gewonnenen Kenntnis auf die Erforschung der Kristallstruktur bedeuten.

Experimentelles.

Ein etwa 2 mm weites Strahlenbündel trifft auf einen Kristall K_1 (Fig. 1), der so orientiert

1) Diese Zeitschr. **14**, 1232, 1913.

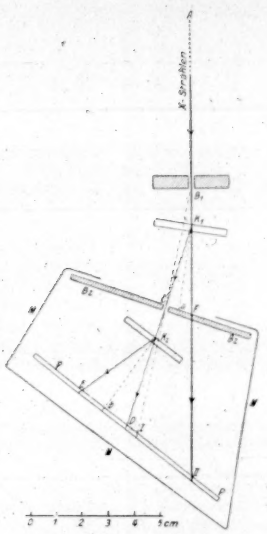


Fig. 1.

ist, daß an einer Würfelfläche eine Reflexion bei streifender Inzidenz ($\sphericalangle \psi$ etwa 8°) stattfindet. Dieser Interferenzstrahl K_1K_2 trifft nach Passieren einer 1,8 mm weiten Bleiblende den zu untersuchenden Kristall in K_2. Denken wir uns ein im Kristall festes Koordinatensystem, dessen Achsen den drei Würfelkanten parallel gehen sollen, so wurde der Kristall K_2 zunächst so aufgestellt, daß der einfallende Strahl in einer Würfelebene verlief (Zeichenebene der Figur 1 = XY-Ebene), während er mit der Würfelebene K_2b einen Winkel φ bildete. Diese Orientierung bedingt auf den Photogrammen eine Symmetrie zur horizontalen Y-Achse und es entsprechen meistens je zwei Punkte derselben Wellenlänge. Um kleine Wellenlängenunterschiede zwei solchen symmetrischen Punkten zu erteilen, wurde der Kristall um die Y-Achse um den kleinen Winkel δ (etwa 2°) gedreht.

Für die Richtungskosinus des einfallenden Strahles ergibt sich dann

$$\alpha_0 = \cos\varphi \cos\delta$$
$$\beta_0 = -\sin\varphi$$
$$\gamma_0 = -\cos\varphi \sin\delta .$$

Die jedem Punkt auf dem Photogramm entsprechenden Millerschen Indizes (η_1, η_2, η_3) der betreffenden Kristallebene wurden in der früher angegebenen Weise[1]) graphisch bestimmt. Hieraus berechnet sich der Reflexionswinkel χ (Winkel zwischen Strahl und Normale) und der Netzebenenabstand d, nämlich

$$\cos\chi = \frac{\alpha_0\eta_1 + \beta_0\eta_2 + \gamma_0\eta_3}{\sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2}}$$

und

$$d = \frac{a}{\sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2}},$$

wobei a die Kantenlänge des Elementarwürfels bedeutet.

Durch Einsetzen dieser Werte in die bekannte Formel $n\lambda = 2d\cos\chi$ erhält man die jedem Interferenzpunkt zukommende Grundwellenlänge ($n = 1$)

$$\lambda = \frac{\alpha_0\eta_1 + \beta_0\eta_2 + \gamma_0\eta_3}{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2} \cdot 2a .$$

Als Beispiel sei hier mitgeteilt die Berechnung eines Versuches, bei dem der an der Würfelfläche von Kochsalz unter 8° reflektierte Strahl auf Bromkalium geleitet wurde. Die Anwendung in Form eines Dünnschliffs erlaubte es, die bei diesem stark absorbierenden Kristall sonst nötigen großen Expositionszeiten etwas herabzusetzen. Es war

$$\alpha_0 = +0{,}971$$
$$\beta_0 = -0{,}238 \quad \text{und} \quad \varphi = 13^\circ 46'$$
$$\gamma_0 = -0{,}0225 \quad \text{„} \quad \delta = 1^\circ 20'.$$

Eine besondere Einstellvorrichtung ermöglichte es, das primäre Strahlenbündel in die Richtung K_1K_2 zu leiten. Genau in derselben Orientierung wie die monochromatische Aufnahme konnte also von dem Kristall eine Aufnahme mit weißem Röntgenlicht gemacht werden; eine Vergleichung dieser beiden zeigt Fig. 2 und Fig. 3. Die Größe der Kreise stellen die Schwärzungsverhältnisse dar. Die nach obiger Formel berechneten Wellenlängen für $n = 1$, d. h. diejenigen Wellenlängen, welche an den betreffenden Ebenen in erster Ordnung reflektiert werden, sind mit 1000 multipliziert zusammengestellt in Tabelle 1 für die auf der monochromatischen Aufnahme sichtbaren und in Tabelle 2 für alle übrigen auf der weißen Aufnahme sichtbaren Punkte.

Tabelle 1.

Index	λ berechnet	Index	λ berechnet
$12\bar{2}$	$60{,}0 \times 2a$	$10\bar{4}$	$62{,}4 \times 2a$
113	$60{,}5 \times 2a$	012	$56{,}6 \times 2a$
032	$58{,}3 \times 2a$	010	$238{,}0 \times 2a$
$11\bar{4}$	$62{,}1 \times 2a$	011	$130{,}2 \times 2a$
$11\bar{5}$	$31{,}3 \times 2a$	011	$107{,}8 \times 2a$

1) Diese Zeitschr. **14**, 1232, 1913.

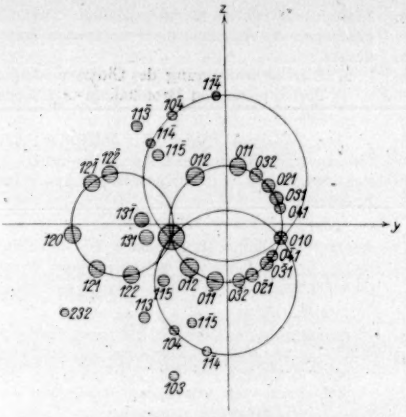


Fig. 2. „Weißes Röntgenogramm".

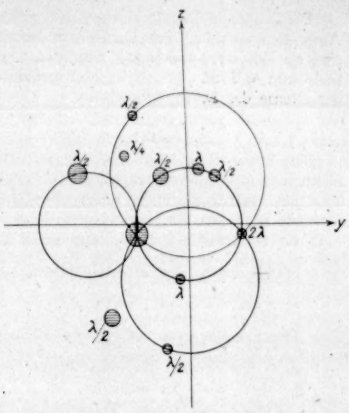


Fig. 3. „Monochromatisches" Röntgenogramm (Wellenlängen berechnet unter Annahme eines einfach kubischen Raumgitters.)

Tabelle 2.

Index	λ berechnet	Index	λ berechnet
$0\bar{1}2$	$38{,}6 \times 2a$	122	$50{,}0 \times 2a$
$0\bar{3}2$	$51{,}5 \times 2a$	232	$69{,}5 \times 2a$
$0\bar{2}1$	$90{,}7 \times 2a$	131	$21{,}3 \times 2a$
021	$99{,}7 \times 2a$	$13\bar{1}$	$25{,}3 \times 2a$
$0\bar{3}1$	$69{,}2 \times 2a$	115	$23{,}0 \times 2a$
031	$73{,}6 \times 2a$	104	$51{,}8 \times 2a$
041	$54{,}7 \times 2a$	103	$90{,}4 \times 2a$
041	$57{,}3 \times 2a$	$11\bar{5}$	$40{,}6 \times 2a$
120	$99{,}0 \times 2a$	$11\bar{4}$	$45{,}7 \times 2a$
121	$78{,}8 \times 2a$	113	$72{,}7 \times 2a$
$12\bar{1}$	$86{,}2 \times 2a$	$1\bar{1}4$	$72{,}1 \times 2a$

Ein Blick in Tabelle 1 zeigt, daß die Wellenlängen sich gruppieren um bestimmte Werte, nämlich um 30, 60, 120, 240.

Wie früher schon auseinandergesetzt wurde, enthält der auf den Kristall K_2 treffende Interferenzstrahl neben einer Grundwellenlänge λ_0 noch $\frac{\lambda_0}{2}$ und $\frac{\lambda_0}{3}$ usw. Es ist nun zu bestimmen, welcher dieser charakteristischen Werte $= \lambda_0$ zu setzen ist. Die folgende Überlegung zeigt, daß λ_0 etwa $= 120$ sein muß. Die Wahl von 60 als Grundton würde nämlich bedingen, daß $\{010\}$ mit $\lambda = 238$ als Reflexion vierter Ordnung erklärt werden müßte, was aus Intensitätsgründen äußerst unwahrscheinlich ist. Ebenso unmöglich ist die Annahme von 238 als Grundton, da der relativ sehr starke Punkt $\{12\bar{2}\}$ nur durch Annahme einer unwahrscheinlich großen Intensität von $\frac{\lambda_0}{4}$ erklärt werden könnte.

Divergenzeinfluß: Aus der Öffnungsweite der Blenden und dem Abstand der Antikathode vom Kristall berechnet sich die Divergenz zu etwa 40′ oder ausgedrückt in Prozenten der ausgesandten Grundwellenlänge zu etwa 4,5 Proz. Die vorkommenden Abweichungen liegen, wie Tabelle 3 zeigt, durchweg innerhalb dieses Spielraums, sofern nicht Flächen mit ganz besonders kleinen Indexquadratsummen in Betracht kommen. Dasselbe Ergebnis fand sich bei Versuchen mit anderen Kristallen wieder.

A bezeichnet die Gruppe der Punkte, deren Indexquadratsumme > 5 ist,

B bezeichnet die Gruppe der Punkte, deren Indexquadratsumme $\leqq 5$ ist.

Tabelle 3.

A		B	
Index	Abweichung in Prozenten von	Index	Abweichung in Prozenten von
$12\bar{2}$	0 Proz. von $\frac{\lambda_0}{2}$	012	5,6 Proz. von $\frac{\lambda_0}{2}$
113	0,8 „ „ $\frac{\lambda_0}{2}$	010	0,8 „ „ $2\lambda_0$
032	2,8 „ „ $\frac{\lambda_0}{2}$	011	8,5 „ „ λ_0
$1\bar{1}4$	3,5 „ „ $\frac{\lambda_0}{2}$	$01\bar{1}$	10 „ „ λ_0
$11\bar{5}$	4,3 „ „ $\frac{\lambda_0}{4}$		
$10\bar{4}$	4,0 „ „ $\frac{\lambda_0}{2}$		

Die Punkte in Tabelle 2 zeigen alle größere Abweichungen als 4,5 Proz.; am relativ kleinsten sind sie bei $\{041\}$ und $\{0\bar{4}1\}$, nämlich 4,5 Proz. und etwa 9 Proz. $\{041\}$ ist also gerade an der Grenze des Divergenzbereiches.

Resultate.

Die Betrachtung des monochromatischen Photogramms erlaubt es, verschiedene Schlüsse über die Struktur des dem Bromkaliumkristall zugrunde liegenden Raumgitters zu ziehen:

1. Es erscheint auffallend, daß der Punkt $\{11\bar{5}\}$ durch den dritten Oberton $\left(\frac{\lambda_0}{4}\right)$ verursacht sein soll, während $\{01\bar{2}\}$ der Vertreter des zweiten Obertons $\left(\frac{\lambda_0}{3}\right)$ trotz eines geringeren Divergenzfehlers (etwa 3,5 Proz.) nicht zu sehen ist.

   Ferner zeigt eine Vergleichung der Schwärzungen der Punkte $\{113\}$ und $\{032\}$ auf der ersten und letzten Platte — es waren nämlich mehrere Platten hintereinander aufgestellt worden —, daß $\{113\}$ einer stärker absorbierbaren Wellenlänge zuzuordnen ist als $\{032\}$.

Der Berechnung der Tabellen war zugrunde gelegt die einfachste Annahme eines kubischen Raumgitters, dessen Gitterpunkte mit Molekülen BrK besetzt sind. Wählt man statt dessen ein flächenzentriertes Raumgitter, so hat man zu unterscheiden zwischen den Veränderungen, welche dadurch die Abstände

a) von Netzebenen mit lauter ungeraden Indizes,

b) von Netzebenen mit gemischten Indizes

erleiden.

Für alle Ebenen der Abteilung a) treten keine neuen Zwischenebenen auf durch Einführung der sechs neuen Gitterpunkte (in der Mitte jeder Würfelfläche), während nach Zentrierung genau doppelt so viele Ebenen der Abteilung b) vorhanden sind. Sei also der Abstand der Würfelebene

im einfach kubischen Gitter $= a$,

„ flächenzentrierten „ $= a'$

und γ ein Zahlenfaktor[1]), so lautet die Beziehung für den Netzebenenabstand d irgendeiner Ebene mit ungeraden Indizes

beim einfach kubischen Gitter $d = \gamma a$,

„ flächenzentrierten „ $d = 2\gamma a'$.

Man sieht also, daß die Annahme eines flächenzentrierten Gitters bewirkt, daß der Punkt $\{11\bar{5}\}$ mit $\frac{\lambda_0}{2}$ und $\{113\}$ mit λ_0 übereinstimmt; somit fordern die unter 1. aufgezählten Versuchsergebnisse die Annahme eines flächenzentrierten Gitters.

2. Direkte Bestimmung des Gitterkonstanten-Verhältnisses von Bromkalium und Kochsalz.

Aus Tabelle 1 ergibt sich folgender Wert für die von K_1 ausgesandte Wellenlänge λ_0, ausgedrückt in Würfelebenenabstand a von Bromkalium,

$$\lambda_0 = 0{,}120 \cdot 2a.$$

Andererseits liefert eine genaue Winkelbestimmung des strahlenden Kristalls einen in a_0 (Würfelebenenabstand von Kochsalz) gemessenen Wert von

$$\lambda_0 = 0{,}138 \cdot 2a_0,$$

somit

$$a : a_0 = 138 : 120 = 1{,}15 : 1.$$

Berechnet man unter Zugrundelegung des von W. H. Bragg[1]) angegebenen Kochsalzraumgitters dieses Verhältnis

I. für ein einfach kubisches Raumgitter von BrK Molekülen,

II. für ein flächenzentriertes Raumgitter von BrK Molekülen,

so ergibt sich

I. 1,48 : 1 und II. 1,17 : 1.

Der experimentelle Wert 1,15 unterscheidet sich nur um 2 Proz. von dem theoretischen Wert 1,17.

Das Versuchsergebnis verlangt also, ebenso wie oben unter 1, die Annahme eines flächenzentrierten Raumgitters von BrK Molekülen. In den Tabellen 1 und 2 sind dann die Werte der Wellenlängen für die ungeraden Punkte mit 2 zu multiplizieren; die richtigen Werte der Wellenlängen sind in den folgenden Tabellen zusammengestellt:

Tabelle 4a.

Index	λ berechnet	Index	λ berechnet
$12\bar{2}$	$60{,}0 \times 2a'$	$10\bar{4}$	$62{,}4 \times 2a'$
113	$121{,}0 \times 2a'$	012	$56{,}6 \times 2a'$
032	$58{,}3 \times 2a'$	010	$238{,}0 \times 2a'$
$1\bar{1}4$	$62{,}1 \times 2a'$	011	$130{,}2 \times 2a'$
$11\bar{5}$	$62{,}6 \times 2a'$	$0\bar{1}1$	$107{,}8 \times 2a'$

Die von W. L. Bragg[2]) angegebene Erklärung des Bromkaliumraumgitters als eine Ineinanderstellung von zwei flächenzentrierten Raumgittern von Br-Atomen und K-Atomen, von denen des höheren Atomgewichts wegen hauptsächlich nur die ersteren wirksam sind, ergibt dasselbe Resultat, wie die der Berechnung zu-

1) Vgl. die kurze Bemerkung über dieselbe Erscheinung bei Kochsalz. Diese Zeitschr. **14**, 1232, 1913.

1) Proc. Roy. Soc. **89**, Nr. 610, 1913. Bestätigung bei E. Wagner, diese Zeitschr. **14**, 1232, 1913.

2) Proc. Roy. Soc. **89**, Nr. 610.

Tabelle 4b.

Index	λ berechnet	Index	λ berechnet
$0\bar{1}2$	$38{,}6 \times 2a'$	122	$50{,}0 \times 2a'$
$0\bar{3}2$	$51{,}5 \times 2a'$	232	$69{,}5 \times 2a'$
021	$90{,}7 \times 2a'$	131	$42{,}6 \times 2a'$
021	$99{,}7 \times 2a'$	$13\bar{1}$	$50{,}6 \times 2a'$
$0\bar{3}1$	$69{,}2 \times 2a'$	115	$46{,}0 \times 2a'$
031	$73{,}6 \times 2a'$	104	$51{,}8 \times 2a'$
$04\bar{1}$	$54{,}7 \times 2a'$	103	$90{,}4 \times 2a'$
041	$57{,}3 \times 2a'$	$11\bar{5}$	$81{,}2 \times 2a'$
120	$99{,}0 \times 2a'$	114	$45{,}7 \times 2a'$
121	$78{,}8 \times 2a'$	$11\bar{3}$	$145{,}4 \times 2a'$
$12\bar{1}$	$86{,}2 \times 2a'$	$1\bar{1}4$	$72{,}1 \times 2a'$

grunde gelegte Annahme eines flächenzentrierten Molekülraumgitters,

1. in bezug auf das gegenseitige Abstandsverhältnis von Netzebenen mit ungeraden und mit gemischten Indizes,
2. in bezug auf das Verhältnis der Gitterkonstanten von Bromkalium und Kochsalz.

Der hier mitgeteilte Versuch läßt zwar die Entscheidung zwischen beiden Möglichkeiten offen; ähnliche Versuche an Sylvin führen aber notwendig zur Annahme von Atomraumgittern, so daß man aus Analogiegründen (Isomorphie der beiden Kristalle) auch hier vermuten muß, daß die Gitterpunkte mit Atomen und nicht mit Molekülen besetzt sind.

Genauere Mitteilungen über ähnliche Versuche mit Sylvin und Flußspat werden in der Dissertation des Verfassers zu finden sein; sämtliche Versuchsergebnisse dieser photographischen Methode sind in vollem Einklang mit der von W. H. und W. L. Bragg auf Grund der Ionisationsmethode gewonnenen Ansicht von der Struktur der betreffenden Raumgitter.

München, Physikal. Institut der Universität, 14. März 1914.

(Eingegangen 18. März 1914.)

Das Gesetz der Glimmströme in zylindrischen Feldern unter Atmosphärendruck[1]). (La loi des courants de lueurs dans les champs cylindriques sous la pression atmosphérique.)

Von V. Schaffers.

Unseres Wissens gibt es nur zwei experimentelle Arbeiten über dieses Thema. Die erste verdanken wir G. Jaumann[2]), der mit sieben Drähten von 0,0025—0,0494 cm Durchmesser in einem Zylinder von 3,023 cm Radius arbeitete. Die Potentialmessungen wurden nur bei vier verschiedenen Stromstärken vorgenommen. Wir wollen von Jaumanns Beobachtungen nur festhalten, daß eine Temperaturänderung des umgebenden Mediums von 10—25° keinerlei Einfluß auf die Resultate gehabt hat. Man braucht also auf die Temperatur keine Rücksicht zu nehmen. Die zweite auf unseren Gegenstand bezügliche Arbeit hat J. C. Almy[1]) zum Verfasser. Wie die vorhergehende enthält sie keine hinreichende Anzahl von Messungen, um die wahren Gesetze klarzulegen; eins indessen ausgenommen, das Jaumann nicht erkannt hat: nämlich, daß die Stromstärke der Länge des Drahtes zwischen den isolierenden Scheiben, die den Zylinder abschließen, proportional ist, insoweit diese Länge größer ist als der Durchmesser des Zylinders. Almy hat ferner das Gas in seinem Apparat beständig erneuert, er hat in verschiedenen Medien gearbeitet (Luft, Wasserstoff), und endlich hat er statt eines drei verschiedene Zylinder benutzt.

J. J. Thomson[2]) hat, von der Ionentheorie ausgehend, versucht, die Charakteristik der Glimmentladungen in zylindrischen Feldern a priori zu bestimmen.

Abgesehen von der Schicht, die dem Draht unmittelbar anliegt, wird der Strom von Ionen des gleichen Zeichens übertragen. Die Gleichung von Poisson ergibt für die Längeneinheit

$$\frac{d}{dr}(Rr) = -\frac{2i}{KR},$$

wobei r der Abstand von der Achse ist, R das Feld und K die Beweglichkeit. Aber diese Lösung ist nur unter allgemeinen Voraussetzungen erhalten worden.

Wir haben versucht, in diese Lösung den speziellen Wert des zylindrischen Feldes einzuführen, nachdem Franck[3]) gezeigt hat, daß die durch die Ionen bewirkte Änderung des Feldes bei Radien mittlerer Größe gering ist, ausgenommen wohlverstanden in der Umgebung der Elektroden. Die letztere Eigenschaft gestattet, die Poissonsche Gleichung zu integrieren (in dem nicht veränderten zylindrischen Felde wäre $\frac{d}{dr}(rR) = 0$), denn der plötzliche Potentialsturz in der Nähe des Zylinders, für den wir immer das Erdpotential annehmen, bewirkt, daß der Schnittpunkt der Verlängerung der Kurve, die das Feld als Funktion von r darstellt, mit der Abszissenachse im Abstand $b + c$ statt in b

1) Auszug einer Abhandlung, die demnächst in den Ann. de la Soc. Scient. de Brux. erscheinen wird.
2) Wiener Ber. (2) **97**, 1587, 1888.

1) Amer. Journ. of Science (4) **12**, 175, 1901.
2) Conduction of Electricity through Gases, 2. Aufl., S. 502.
3) Ann. d. Phys. **21**, 972, 1906.

(Radius des Zylinders) liegt. Integriert man nun zwischen a und b, so findet man zunächst

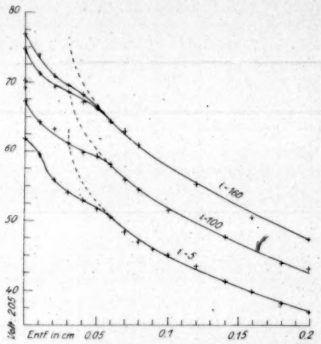
$$\left(\frac{V_a}{\ln\frac{b+c}{a}}\right)^2 = \frac{2i}{K}\,[(b+c)^2 - a^2]$$

eine Gleichung, die i als Funktion des Potentials V_a darstellt, das im Abstand a durch die Ionen bewirkt ist. Dieses Potential addiert sich zu demjenigen, das an diesem Punkt des Feldes zu der Zeit bestand, als der Strom einsetzte. Es ist also gleich der Differenz $V - V_c$ zwischen dem vorhandenen und dem anfänglichen Potential in diesem Punkte. Wir berücksichtigen die Länge l des Drahtes und ziehen in Betracht, daß c und ebenfalls a im allgemeinen gegenüber b zu vernachlässigen ist. So erhalten wir schließlich

$$i = \frac{Kl}{2}\left(\frac{V - V_c}{b\ln\frac{b}{a}}\right)^2. \qquad (A)$$

Die Potentiale im Abstand a von der Achse sind schwierig zu messen. Man kann die obige Differenz durch diejenige des vorhandenen und des anfänglichen Potentials auf dem Draht selbst ersetzen; und diese Bedeutung wollen wir im folgenden $V - V_c$ zuschreiben. In der Tat zeigen die mit der Sonde ausgeführten Messungen (Ann. de la Soc. Scient. de Brux. **37**, 3, 1913), daß diese Differenz sich sowohl mit r als auch mit der Stromstärke nur ganz wenig ändert, wenn man $a - r = 0{,}03$ cm wählt (r ist der Radius des Drahtes). Man erkennt dies z. B. aus Fig. 1, welche die vermittels der Sonde in der Nähe eines Drahtes von 0,03 cm Radius gemessenen Potentiale darstellt.

Immerhin bleibt diese Substitution ziemlich willkürlich. Auch die Formel (A) ist nicht streng analytisch abgeleitet. Wir werden aber finden, daß sie, empirisch jedenfalls, die sehr zahlreichen Messungen, die während meiner Untersuchungen angestellt wurden, ausgezeichnet deckt, besonders wenn man noch eine ebenfalls empirische Modifikation einführt, die es erlaubt, ihren Geltungsbereich beträchtlich auszudehnen. Wenn wir nämlich die Formel (A) an den verschiedenen untersuchten Fällen prüfen, so zeigt sich, daß sie nicht mehr gilt, sobald $\frac{b}{r} < 1000$. Wenn man jedoch den Exponenten 2 in dieser Formel durch den dekadischen Logarithmus von $\frac{b}{a}$, also durch $0{,}434\ln\frac{b}{a}$ ersetzt, findet man, daß die Messungen genau dargestellt werden. (Siehe hierzu Fig. 4 und 5.)



$r = 0{,}0303$. Draht positiv. Die Potentiale als Ordinaten in Volt $\propto \frac{1}{205}$. Die Abstände von der Metalloberfläche als Abszissen. Die Stromstärke i in Amp. $\propto \frac{10^6}{0{,}3}$.

Fig. 1.

Man hat also die ganz allgemeine Formel

$$i = \frac{Kl}{2}\left(\frac{V - V_c}{b\ln\frac{b}{a}}\right)^{0{,}434\ln\frac{b}{a}} \qquad (B)$$

mit der Bedingung, daß der Exponent durch 2 ersetzt werden muß, sobald $0{,}434\ln\frac{b}{a} > 2$ wird.

Die Formel (B) wäre streng linear für $\frac{b}{a} = 10$. Aber es scheint, als ob dies in unseren Anordnungen ein unrealisierbarer Fall bliebe. Es ist uns wenigstens niemals gelungen, gleichmäßige Resultate zu erzielen, wenn der Zylinderradius dem Wert $10\,a$ nahe kam. Die weiter unten beigegebenen Figuren zeigen ebenfalls, daß die Kurven sich der Geraden sehr bald nähern, sie aber nicht erreichen.

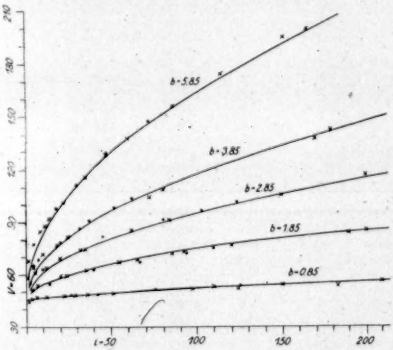
Messungsresultate. Das Anfangspotential V_c.

Die angewandte Methode ist die gleiche wie die, welche in der Arbeit über die direkte Bestimmung der Anfangspotentiale beschrieben worden ist[1]). Zwei Beobachter lasen gleichzeitig, der eine das Potential, der andere die zugehörige Stromstärke ab. Die letztere ist im folgenden in Millimetern einer Skala angegeben, deren Abstand vom Spiegelgalvanometer 1,70 m betrug. 1 mm entspricht unter diesen Bedingungen

1) Diese Zeitschr. **14**, 981, 1913.

$0{,}3 \times 10^{-6}$ Amp. Die Messungen, die namentlich nahe am Nullwert der Stromstärke in großer Zahl gemacht worden sind, wurden in der Weise ausgeführt, daß man sukzessive das Potential anwachsen ließ. Gewöhnlich wurde die Reihe sodann in der Richtung abnehmender Potentiale wiederholt, wenigstens in der Nähe des Nullwerts.

Bekanntlich ist bei der Untersuchung der Spitzenströme oft beobachtet worden, daß das Endpotential niedriger ist als das Anfangspotential. Bei den Drähten befindet sich der



Draht negativ. $r = 0{,}00127$. Die Potentiale V in Volt $\propto \frac{1}{53}$. Die Stromstärken i in Amp. $\propto \frac{10^6}{0{,}3}$. Die Kreuze bezeichnen die Messungen bei steigendem, die Kreise die Messungen bei sinkendem Potential. Die Kurven sind mittels der Werte der Tabellen II und IV konstruiert, die unterste nach Formel (B), die übrigen nach Formel (A).

Fig. 2.

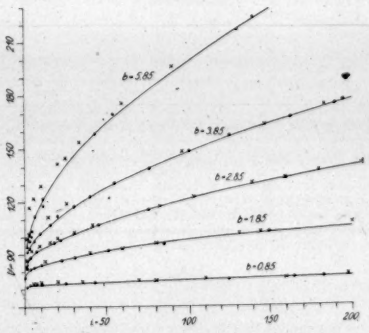
rücklaufende Zweig der Charakteristik im allgemeinen in engen Röhren unterhalb, in weiten Röhren oberhalb des Ausgangszweiges. (Siehe z. B. Fig. 2 und Fig. 5, in denen die Kreuze Messungen bei steigendem, die Kreise Messungen bei fallendem Potential darstellen.) Man sieht übrigens aus diesen Figuren, daß die Messungen sich mit den theoretischen, durch die Formel gelieferten Kurven (ausgezogene Kurven) völlig decken, außer für sehr schwache Anfangsströme.

Man kann sich die Frage vorlegen, ob diese Abweichung möglicherweise durch die wachsende Oberfläche des Glimmlichtes bedingt ist. Im Geißlerschen Vakuum hat H. A. Wilson[1]) Konstanz der Stromdichte in 0,025 cm Abstand von der Elektrode gefunden, solange diese noch nicht völlig vom Glimmlicht bedeckt ist. Nehmen wir statt dessen den Abstand zu 0,03 cm an und extrapolieren auf Atmosphärendruck, so entspricht dies 0,253 Mikroampere. Wir finden anderseits auf unseren Drähten die Stromdichten:

Tabelle I.

r	bei 0,03 cm Abstand	am Metall
0,0099	0,154	0,616
0,0151	0,207	0,610
0,0303	0,257	0,513
0,0521	0,244	0,385
0,1000	0,367	0,477

Es bleibt zweifelhaft, ob man Konstanz der Stromdichte am Metall selbst oder in 0,03 cm Abstand annehmen soll, da bei dem außerordentlich schwachen Lichte keine genauen Messungen möglich sind. Aber die bemerkenswerte Übereinstimmung des Mittelwertes von 0,246 im Abstand von 0,03 cm mit dem Resultat von H. A. Wilson macht die zweite Annahme wahrscheinlicher. Ein weiterer Grund für diese Wahl ist in der Tatsache enthalten, daß, wenn man die Intensitäten aufsucht, bei denen der Strom aufhört instabil zu sein und leichter meßbar wird, man die gleichen Dichten bei 0,03 cm Abstand findet. Jedenfalls sind die in Frage stehenden Intensitäten bei weitem schwächer als diejenigen, die die Anwendbar-



Draht negativ. $r = 0{,}00385$. Die Potentiale V in Volt $\propto \frac{1}{53}$, die Stromstärken i in Amp. $\propto \frac{10^6}{0{,}3}$. Die Kurven sind empirisch konstruiert mit Benutzung der durch Kreise dargestellten Messungsreihen. Die Kreuze repräsentieren Reihen die zu einer anderen Zeit aufgenommen wurden. NB. Die Übereinstimmung ist nicht immer so gut. Das Beispiel wurde gewählt, um einen bestimmten Punkt zu beleuchten.

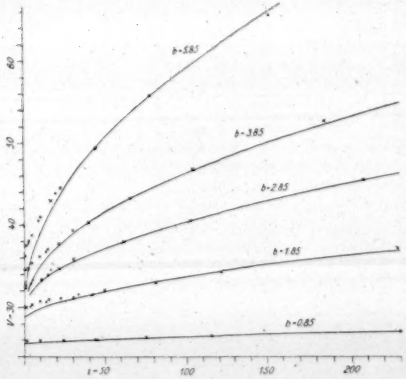
Fig. 3.

1) Phil. Mag. (6) **4**, 608, 1902.

keit des allgemeinen Stromgesetzes (A) oder (B) begrenzen, für die man als Mittelwert, mit sehr geringen Abweichungen, findet:

$$\delta = 1{,}6 \times 10^{-6} \text{ Amp.}$$

Die Kurven der Figuren 2, 3, 4 und 5 zeigen diese Eigenschaften sehr deutlich. Fig. 3, in der nicht die theoretischen, sondern nur diejenigen Kurven dargestellt sind, die sich aus zwei an verschiedenen Tagen aufgenommenen Messungsreihen ergeben, läßt außerdem erkennen, daß der Einfluß störender Umstände besonders dann merklich wird, wenn die Stromdichte den obigen Wert noch nicht erreicht hat, der hier $i = 27$ entsprechen würde. In Fig. 2 würde er $i = 25$ betragen, in Fig. 4 $i = 32$ und endlich in Fig. 5 $i = 65$.



Draht positiv. $r = 0{,}0099$. Die Potentiale V in Volt $\propto \frac{1}{205}$, die Stromstärken i in Amp. $\propto \frac{10^6}{0{,}3}$. Die Kreuze bezeichnen Messungen bei steigendem, die Kreise Messungen bei abnehmendem Potential. Die Kurven sind mittels der Werte der Tabellen II und IV konstruiert; die beiden oberen nach Formel (A), die anderen nach Formel (B).

Fig. 4.

Welcher physikalischen Erscheinung entspricht nun dieser neue bestimmte Wert der Dichte? Man findet eine Deutung in der Unveränderlichkeit der Dicke des Glimmlichts. Man könnte annehmen, daß die Beständigkeit derselben von dem Augenblick an statthätte, in dem die Stromdichte den Wert $1{,}6 \times 10^{-6}$ erreicht. Wir haben durch direkte Messungen gesehen (Ann. de la Soc. Scient. de Brux., loc. cit.), daß diese Dicke ebenfalls etwa 0,03 cm beträgt, da der äußere Saum der leuchtenden Schicht 0,06 cm vom Metall entfernt war, und der innere Saum bei 0,03 cm lag, wie auch aus Fig. 1 ersichtlich.

Im folgenden werden die Anfangspotentiale angegeben. Sie sind aus den theoretischen Kurven berechnet, die sich, vom Anfangsabschnitt abgesehen, am besten mit den ausgeführten Messungen decken:

Tabelle II.

r	$b=0{,}85$	$b=1{,}85$	$b=2{,}85$	$b=3{,}85$	$b=5{,}85$
Positive Anfangspotentiale (berechnet).					
0,00038	*1616,5*	*1616,5*	*1616,5*	—	—
0,00127	2544	*2459*	*2459*	*2459*	*2459*
0,00176	2862	2968	*2809*	*2809*	*2809*
0,00385	3657	3975	3959	*3948,5*	*3948,5*
0,0099	5227,5	5904	6150	6150	*6150*
0,0151	—	7072,5	7277,5	7585	*7790*
0,0521	—	12956	14288	15088	15990
0,1000	—	—	20192	21730	23472
Negative Anfangspotentiale (berechnet).					
0,00038	*1219*	*1219*	*1219*	—	—
0,00127	2385	*2385*	*2385*	*2385*	*2385*
0,00176	2650	2931	*2756*	*2756*	*2756*
0,00385	3763	4160,5	4134	*4134*	*4134*
0,0099	5391,5	6211,5	6355	6396	*6662*
0,0151	—	7974,5	8138,5	8466,5	*8507,5*
0,0303	—	10865	12013	12238	*12402*
0,0521	—	13407	14862	—	16810

Die in Kursivschrift angegebenen Potentiale sind nach Formel (A) berechnet, die übrigen nach Formel (B). r ist der Radius des Drahtes.

Die nach den Kurven berechneten negativen Potentiale sind höher als die positiven, sobald der Radius des Drahtes größer wird als 0,00176 cm. Man sieht, daß bei den beobachteten Anfangspotentialen[1]) dies erst von $r = 0{,}01$ cm an der Fall ist.

Ganz allgemein ist das berechnete Anfangspotential V_c kleiner als das beobachtete. Für $\frac{b}{r} > 1000$ wird die Differenz zwischen den beiden Potentialen merklich proportional zu b und unabhängig von r. Sie beträgt 220 b beim positiven und 144 b beim negativen Potential. Bei letzterem Vorzeichen kommt infolge der häufigeren Unregelmäßigkeiten das Gesetz nicht so klar zur Erscheinung.

Im gleichen Bereich ist ferner beobachtet worden, daß die um 350 Volt verminderten positiven Anfangspotentiale und die negativen Potentiale selbst der Quadratwurzel aus dem Radius r proportional sind.

1) Diese Zeitschr. **14**, 981, 1913.

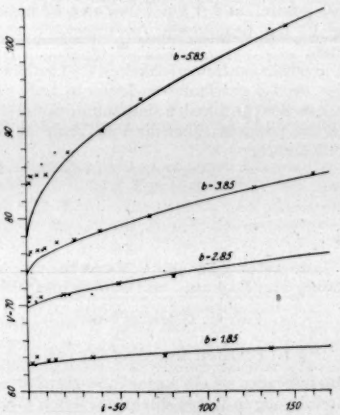
Tabelle III.

r	0,00038	0,00127	0,00176	0,00385	0,0099	0,0151
$+\frac{V_c-350}{\sqrt{r}}$	64950	59200	58550	58000	58000	60500
$-\frac{V_c}{\sqrt{r}}$	62600	64000	65620	66700	66620	69146

Die Mittelwerte sind 59870 und 66542, abgerundet 60000 und 66500.

Endlich sind, immer im gleichen Bereich, die Anfangspotentiale V_c unabhängig vom Radius b. Alle diese Eigenschaften, zu denen noch, wie wir sehen werden, die Konstanz der Beweglichkeit K hinzukommt, bilden in dem Bereiche, in dem die Formel (A) (mit dem Exponenten 2) gilt, eine sehr charakteristische und völlig definierte Gesetzmäßigkeit für den Glimmstrom. Sie stellt anscheinend den normalen Verlauf dieser Entladungsform dar, denn sie wird immer reiner in dem Maße, wie der Draht dünner wird, wodurch er gerade immer früher in das durch $\frac{b}{r} > 1000$ definierte Gebiet eintritt.

Die an einem gegebenen Draht in verschiedenen Zylindern beobachteten Anfangspotentiale haben in diesem Bereich die Tendenz, sich zu vereinigen, wie aus den Fig. 2 und 3 ersichtlich, während sie in dem Maße mehr und mehr voneinander abweichen (Fig. 4 und 5), in dem $\frac{b}{r}$ abnimmt.



Draht positiv. $r = 0{,}0521$. Die Potentiale V in Volt $\propto \frac{1}{205}$, die Stromstärken i in Amp. $\propto \frac{10^6}{0.3}$. Die Kreuze stellen Messungen bei steigenden, die Kreise Messungen bei fallenden Potentialen dar. Die Kurven sind nach den Tabellen II und IV unter Benutzung der Formel (B) konstruiert.

Fig. 5.

Die Beweglichkeit K.

Es folgen jetzt die Werte von K, wie sie aus solchen theoretischen Kurven bestimmt wurden, die die Messungen gut darstellen, z. B. aus den Kurven der Fig. 2, 4 und 5.

Tabelle IV.

r	$b=0{,}85$	$b=1{,}85$	$b=2{,}85$	$b=3{,}85$	$b=5{,}85$
	Positive Beweglichkeiten K_p.				
0,00038	*8191*	*8191*	*8191*	—	—
0,00127	20329	*12406*	*12406*	*12406*	*12406*
0,00176	20119	14060	*13250*	*13250*	*13250*
0,00385	34764	19554	15369	*14454*	*14454*
0,0099	53044	25914	20260	18630	*16100*
0,0151	—	38725	23969	22597	*20123*
0,0521	—	80000	47520	38386	23531
0,1000	—	—	55304	43043	26109
	Negative Beweglichkeiten K_n.				
0,00038	*10840*	*10840*	*10840*	—	—
0,00127	23684	*14454*	*14454*	*14454*	*14454*
0,00176	21947	18557	*13973*	*13973*	*13973*
0,00385	52145	29331	19560	*14454*	*14454*
0,0099	39941	33320	20260	20080	*16100*
0,0151	—	61954	32805	28238	*20123*
0,0303	—	77961	78371	33564	*20878*
0,0521	—	53400	47520	—	29412

Die Berechnung ist mit elektrostatischen Einheiten durchgeführt. Die Kursivziffern wurden nach Formel (A), die übrigen nach Formel (B) erhalten.

Was unmittelbar auffällt, ist die Unabhängigkeit der Beweglichkeiten vom Radius b des Zylinders an dünnen Drähten in dem zweiten Stromgebiet $\left(\frac{b}{a} > 100 \text{ oder } \frac{b}{r} > 1000\right)$, sowie die Größe der Änderungen, die sich geltend machen, wenn man sich den Grenzwerten von $\frac{b}{a}$ oder $\frac{b}{r}$ nähert. Man wird ferner bemerken, daß die absoluten Werte bedeutend größer sind als bei gewöhnlichen Ionen in Luft.

Die Verhältnisse der Beweglichkeiten $\frac{K_a}{K_f}$ sind nicht ohne Interesse.

Tabelle V.

Verhältnisse der Beweglichkeiten der beiden Vorzeichen.

r	$b=0{,}85$	$b=1{,}85$	$b=2{,}85$	$b=3{,}85$	$b=5{,}85$
0,00038	1,3235	1,3235	1,3235	—	—
0,00127	1,165	1,168	1,168	1,168	1,168
0,00176	1,100	1,380	1,055	1,055	1,055
0,00385	1,50	1,50	1,273	1,00	1,00
0,0099	0,583	1,286	1,00	1,077	1,00
0,0151	—	1,60	1,37	1,25	1,00
0,0521	—	0,667	1,00	—	1,25

Man sieht, wie sehr die Eigenschaften der Ionen bei der Glimmentladung von der Vorstellung abweichen, die man sich gewöhnlich über sie macht. Nur eins bleibt: nämlich, daß die Beweglichkeit der negativen Ionen im allgemeinen größer, wenigstens aber gleich der Beweglichkeit der positiven Ionen ist. (Die beiden Zahlen kleiner als eins in der Tabelle V brauchen hier nicht in Betracht gezogen zu werden; sie beziehen sich auf Fälle, in denen $\frac{b}{a}$ schon nahe an 10 herankommt, und in denen experimentell große Abweichungen gefunden werden.) Aber das Verhältnis der beiden Größen ist durchaus nicht unveränderlich. An feinen Drähten hängt es nur von r ab, bei anderen ist es außerdem eine Funktion von b. In unserer Abhandlung in den Ann. de la Soc. Scient. de Brux. (loc. cit.) haben wir die Berechnungen auch in der Weise durchgeführt, daß wir nicht von den theoretischen Kurven ausgingen, die sich unseren Messungsreihen am besten anpaßten, sondern von den rein experimentellen Kurven. Wir fanden hierbei, daß das Verhältnis umgekehrt proportional der Kubikwurzel des Zylinderradius b ist, während es unabhängig vom Radius r des Drahtes bleibt. Wir konnten ferner feststellen, daß durch Einsetzen des $\ln\frac{b}{r}$ für $\ln\frac{b}{a}$ im Nenner der Formel (B) (ohne Änderung des Exponenten) Beweglichkeiten erhalten wurden, die unabhängig von r, aber als Funktion von b erschienen. Es würde zu weit führen, hier in die Diskussion dieser verschiedenen Versuche einzutreten.

Zusammenfassung.

Der Glimmstrom an den Drähten wird durch die Formel (A)

$$i = \frac{Kl}{2}\left(\frac{V - V_c}{b\ln\frac{b}{a}}\right)^2$$

vollständig dargestellt, wenn $\frac{b}{r} > 1000$. Das Anfangspotential V_c und die Beweglichkeit K sind unabhängig vom Radius b des Zylinders, aber Funktionen des Radius r des Drahtes. Der Ionisationsabstand $a - r$ ist $= 0{,}03$ cm.

Für $\frac{b}{r} < 1000$ gilt die Formel ebenfalls, wenn der Exponent 2 durch den dekadischen Logarithmus von $\frac{b}{a}$ ersetzt wird. Doch ändern sich sodann sowohl die Beweglichkeit als auch das Anfangspotential gleichzeitig mit b und mit r.

Es bestehen also zwei wohldefinierte Stromgebiete. In beiden gilt die Formel nur, wenn die Stromdichte im Abstand 0,03 cm vom Draht mindestens $1{,}6 \times 10^{-6}$ Amp. beträgt. Diese Dichte scheint den Wert darzustellen, der zur Aufrechterhaltung der unveränderlichen Dicke des Glimmlichts, die bei stärkeren Strömen beobachtet wird, erforderlich ist. Die Ausdehnung des Glimmlichts entspricht einer Stromdichte von $0{,}25 \times 10^{-6}$ Amp. im gleichen Abstand.

Für $\frac{b}{r} > 1000$ ist $V_c - 350 = 60000\sqrt{r}$ für das positive und $V_c = 66500\sqrt{r}$ für das negative Anfangspotential. Ferner ist $V_i - V_c = 220\,b$, positiv, und $V_i - V_c = 144\,b$, negativ, wenn V_i das beobachtete Anfangspotential bezeichnet.

Die erhaltenen Beweglichkeiten sind bedeutend größer als bei gewöhnlichen Ionen in Luft. Die negativen Beweglichkeiten sind immer mindestens gleich den positiven, aber ihr Verhältnis ist nicht unveränderlich.

(Eingegangen 17. Februar 1914.)

Das Ionometer und seine Verwendung zur Messung von Radium- und Röntgenstrahlen.

Von H. Greinacher.

§ 1. Prinzip des Apparates.

Im folgenden sei ein Apparat beschrieben, der die Ionisierung in Gasen direkt abzulesen erlaubt und daher unmittelbar zur Messung von Radium- und Röntgenstrahlen verwendet werden kann. Über den Apparat, der seit Anfang 1912 bekannt gegeben ist, habe ich seinerzeit schon in Kürze berichtet[1]). Der Konstruktion liegt im Prinzip die Bronsonsche Meßanordnung

1) Radium in Biologie und Heilkunde, **2**, 137, 1913.

zugrunde. Während letztere aber infolge der nötigen Apparateaufstellung nur in der Laboratoriumspraxis Verbreitung finden konnte, ist die Anordnung an dem neuen Apparat so modifiziert, daß man ein überall verwendbares, kompendiöses Ganzes bekommt.

Die Konstruktion ist aus Fig. 1 ersichtlich. In einem Metallgehäuse G befindet sich ein

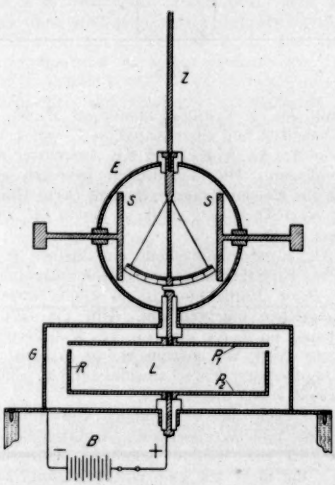


Fig. 1.

Luftkondensator L, bestehend aus den beiden Platten P_1 P_2. Letztere sind auf der einander zugewandten Seite mit einer konstant radioaktiven Substanz überzogen. Um die Ionisierung auf den Luftzwischenraum zu beschränken, ist die Platte P_2 mit einem ringförmigen Aufsatz R versehen. Die Platte P_2 ist in Verbindung mit einer Gleichstromquelle, deren anderer Pol mit dem Gehäuse verbunden ist. Die Platte P_1 bildet in Gemeinschaft mit dem Elektroskop E und dem Zerstreuungsstift Z ein für sich isoliertes System. Zieht man die Schutzbacken S auseinander, so lädt sich dieses System ohne weiteres durch den Luftwiderstand L auf das Potential der Platte P_2 auf. Wird jetzt die Luft um Z herum ionisiert, so fließt ein Strom von Z nach der Umgebung bzw. dem Gehäuse. Das Potential des Systems sinkt. Zugleich aber entsteht zwischen P_1 und P_2 eine Potentialdifferenz, die zu einem Strom von P_2 nach P_1 Anlaß gibt. Ein Gleichgewichtszustand wird erreicht, wenn der zu messende, von Z ausgehende Strom gleich ist dem Strom im Luftwiderstand L. Man erhält daher eine Dauereinstellung am Elektrometer E; und zwar gehen die Blättchen um so näher zusammen, je stärker der Ionisierungsstrom. Dem Strom o entspricht der größte am Instrument beobachtbare Ausschlag.

Als eigentliches Meßgerät kann ein gewöhnliches Blattelektroskop oder sonst ein entsprechendes Zeigerinstrument verwendet werden. Statt des Zerstreuungsstiftes Z kann ferner eine besondere Ionisierungskammer aufgesetzt werden (s. § 4). Die Gleichstromquelle wird geliefert entweder durch eine Trockenbatterie von mindestens 200 Volt, oder durch ein Gleichstromnetz. Auch an ein Wechselstromnetz von 100 oder 200 Volt kann mittels der Vorrichtung des § 2 angeschlossen werden.

Die Einrichtung des Apparates unterscheidet sich, wie ersichtlich, von der Bronsonschen Meßanordnung prinzipiell dadurch, daß man das Elektrometer nicht dem Luftwiderstand, sondern der Ionisierungskammer bzw. Z und Gehäuse parallel legt. Infolgedessen mißt man hier Spannungen, die ohne weiteres mit einem Blättchenelektroskop gemessen werden können. Auf diese Weise wird die Verwendung eines empfindlichen Quadrantelektrometers mit zugehöriger Hilfsbatterie entbehrlich, und es wird so möglich, die ganze Meßanordnung zu einem einfachen handlichen Apparat zu vereinigen.

Ein weiterer Unterschied betrifft die Verwendung des Luftwiderstandes. Bei der Bronsonschen Meßanordnung wird darauf Wert gelegt, daß der Luftwiderstand dem Ohmschen Gesetz folgt, eine Bedingung, die nur dann erfüllt ist, wenn am Luftwiderstand kleine Potentialdifferenzen vorhanden sind. Zur Messung mußte man demgemäß auch ein empfindliches Quadrantelektrometer verwenden. Dadurch wurde allerdings erreicht, daß die Ausschläge direkt proportional den zu messenden Strömen waren. Bei Verwendung von Elektroskopen bzw. Elektrometern ohne Hilfsladung ist keine Proportionalität mit der Spannung und damit auch nicht mit den zu messenden Strömen vorhanden. Da diese Instrumente daher an und für sich schon geeicht werden müssen, ist es ohne Belang, ob der Luftwiderstand dem Ohmschen Gesetz folgt. Bei der Messung mit dem Ionometer wird der Luftwiderstand tatsächlich auch bis zu Spannungen von 100 und mehr Volt beansprucht.

§ 2. Praktische Durchführung.

Der definitive Apparat, der von der Siemens & Halske-A.-G. gebaut wird, enthält in einem Holzkasten vereinigt (Fig. 2) ein Elster- und

Fig. 2.

Geitelsches Elektroskop (Beobachtung mit Lupe oder objektiv) und einen Luftwiderstand. Letzterer besteht aus Platten, die mit U_3O_8 gleichmäßig bedeckt sind. Von der Größe dieses Luftwiderstands hängt sowohl die Empfindlichkeit des Instrumentes als auch — im Verein mit der Kapazität des Systems — die Einstellungsgeschwindigkeit des Elektroskops ab. Letztere beträgt Bruchteile einer Minute. Eine spezielle Ausführungsform des Apparates ist vorgesehen zur Messung stärkerer Ionisierungsströme, wie man sie bei Röntgenstrahlen erhält. Hier kann der Widerstand kleiner gemacht werden (Radiumbelegung, Flüssigkeitswiderstand), wodurch eine sofortige Einstellung des Apparates erzielt wird. Die vorliegende Ausführungsform ist ihrerseits geeignet zur Beobachtung schwacher Ionisierungen, z. B. kleiner Emanationsmengen.

Vom eigentlichen Apparat getrennt ist die Stromquelle. Als solche dient eine Trockenbatterie oder ein Gleichstromnetz von 220 Volt; auch die gleichzeitige Verwendung eines Gleichstromnetzes von 110 Volt und einer Batterie von 110 Volt ist vorgesehen. Durch die im folgenden beschriebene Gleichrichteranordnung ist es ferner möglich, den Apparat an ein Wechselstromnetz anzuschließen.

Hier sei in Kürze die Einrichtung dieses neuen Gleichrichters beschrieben, während ich betreffs der Details auf die gleichzeitig erfolgende Veröffentlichung in den Verhandlungen der Deutschen Phys. Ges. verweisen möchte. Nach Fig. 3 besteht die Einrichtung bei 200—220 Volt Wechselstrom aus 2 Ventilzellenbatterien Z zu je 4 Elementen und einer Kapazität C von 2 Mikrofarad. An $K_1 K_2$ wird das Ionometer angeschlossen. Die Ventilzellen bestehen einfach aus kleinen Reagensgläschen (5 cm Höhe) mit $NaHCO_3$-Lösung und je einem Al- und einem Fe-Draht.

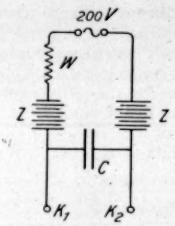


Fig. 3.

Als Kondensator dient ein kleiner technischer Papierkondensator (Telephonkapazität). Die ganze Einrichtung ist in einem kleinen Holzkästchen untergebracht. Um die Gleichspannung an $K_1 K_2$, die 230—250 Volt beträgt, auf 220 Volt, wie gewünscht, zu bringen, ist ein regulierbarer Vorschaltwiderstand W (einige Tausend Ohm) angebracht.

Um auch die Verwendung von nur 100 bis 110 Volt Wechselstrom zu ermöglichen, habe ich eine weitere Schaltung angegeben (l. c.), die nicht nur eine Gleichrichtung, sondern zugleich auch eine Verdopplung der Spannung erzielt. Fig. 4 läßt die Wirkungsweise dieses Apparates ohne weiteres erkennen. Hiernach erhält man durch 8 Ventilzellen und 2 Kondensatoren zu 2 Mikrofarad an $K_1 K_2$ die gewünschte Gleichspannung, die man wiederum durch den Vorschaltwiderstand W einreguliert. Zwei Steckkontakte vermitteln den Anschluß einerseits an das Wechselstromnetz, andererseits an das Ionometer.

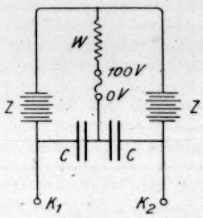


Fig. 4.

§ 3. Eichung des Ionometers.

Die Eichung ist etwas verschieden, je nachdem man den Apparat mit aufgestecktem Zerstreuungsstift oder zusammen mit einer Ionisierungskammer verwendet. In ersterem Fall ist das Luftvolumen, das Ionen zur Stromleitung liefert, nicht eigentlich begrenzt. Auch sind die Stromverhältnisse in verschiedenen Entfernungen vom Stift ganz verschieden. Man wird also aus dem gemessenen Ionisierungsstrom nicht direkt auf die Ionisierung der Luft (etwa Sättigungsstrom in Mache-Einheiten pro Liter Luft) schließen können. Wohl aber kann man den gemessenen Ionisierungsstrom vergleichen mit dem Strom, den man bekommt, wenn man (bei derselben Ionisierung) statt des Zerstreuungsstiftes eine Ionisierungskammer aufsetzt. In dieser ist dann einerseits das Luftvolumen bekannt und andrerseits praktisch Sättigungsstrom vorhanden. Als Ionisierungskammer kann etwa ein Apparat wie der in § 4 beschriebene verwendet werden. Man kann eine solche auch in einfacher Weise dadurch herstellen, daß man über den Zerstreuungsstift einen Zylinder aus massivem Metall oder aus Drahtnetz setzt. Der Ionisierungsstrom fließt dann vom Stift nach der Zylinderwandung.

Hat man nun das Ionometer mit einer Ionisierungskammer auf Mache-Einheiten pro Liter Luft geeicht, so kann man die Eichung auch ohne weiteres für den Zerstreuungsstift ausführen. Man macht nur eine zusammengehörige Serie von Beobachtungen, indem man den Ausschlag bei einer bestimmten Ionisierung (etwa Radiumbestrahlung) einmal mit Zerstreuungsstift und einmal mit Ionisierungskammer beobachtet.

Zu bemerken bleibt immerhin, daß man gute Resultate mit dem Zerstreuungsstift nur in Luft von geringem Staubgehalt erhält. Die infolge des Staubes vermehrte Wiedervereinigung der Ionen wird sonst eine zu geringe Stromstärke ergeben.

Die Eichung des Ionometers auf absolute Strom- bzw. auf Mache-Einheiten kann verschieden ausgeführt werden. Da stets der zu messende und der im Luftwiderstand fließende Strom gleich sind, so genügt es, den Luftwiderstand zu eichen. Man legt zu diesem Zweck verschiedene Spannungen an den Luftwiderstand an und mißt mittels irgendeiner anderen Meßanordnung die zugehörigen Ströme. Wir erhalten so eine Eichkurve für den Luftwiderstand: $i = f\,(V_2 - V_1)$, wobei $V_2 - V_1$ die Potentialdifferenz zwischen den Kondensatorplatten $P_2 P_1$ bedeutet. Überdies wird noch die Spannungseichkurve des Elektroskops aufgenommen. Damit kennt man auch $\alpha = \varphi\,(V_1)$. Unter Berücksichtigung, daß V_2 konstant gleich 220 Volt ist, kann man aus den beiden Kurven die zusammengehörigen Werte von i und α entnehmen, bzw. eine neue Kurve zeichnen: $i = \psi(\alpha)$.

Diese Kurve kann man auch ohne Eichung des Luftwiderstandes erhalten. Zu diesem Zweck setzt man auf das Ionometer eine Ionisierungskammer auf und stellt zunächst eine bestimmte Ionisierung her (etwa durch Bestrahlung aus größerer Entfernung mit Radium oder Röntgenstrahlen). Dieser Ionisierungsstrom i_0 werde mit irgendeiner anderen Anordnung bestimmt, wobei man den zugehörigen Ausschlag α_0 am Ionometer abliest. Die ganze Eichkurve $i = \psi\,(\alpha)$ erhält man nun einfach dadurch, daß man die Bestrahlung der Ionisierungskammer in meßbarer Weise ändert. Die mit der Bestrahlungsintensität proportional gehenden Ionisierungsströme sind dann ohne weiteres auch bekannt, und hat man nur die zugehörigen Einstellungen α am Ionometer abzulesen.

Die Strahlenintensität kann in meßbarer Weise verändert werden durch Abstandsänderung des Radiumpräparats, wobei die Intensität innerhalb weiter Grenzen umgekehrt dem Quadrat des Abstands proportional gesetzt werden darf, oder aber, man verwendet auswechselbare Blenden vor der Ionisierungskammer. Am bequemsten ist die Verwendung einer geeichten Irisblende (s. § 4).

§ 4. Anwendung des Ionometers.

Messung von Radium- und Radiumemanation. Das Instrument in der Ausführungsform der Fig. 2 (Zerstreuungsstift) erlaubt direkt irgendwelche Ionisierungseffekte zu beobachten und zu demonstrieren (Radiumstrahlen, lichtelektrischer Strom, Ionisierung durch chemische Reaktionseffekte usw.). Um radioaktive Gase zu untersuchen, kann auf den Apparat eine zylindrische Metallkanne luftdicht aufgeschraubt werden. Zwei Hähne dienen zur Einführung des emanationshaltigen Gases.

Hat man den Emanationsgehalt in freier Luft zu bestimmen, z. B. in Radiumemanatorien, so stellt man den Apparat einfach mit aufgestecktem Zerstreuungsstift in die betreffende Atmosphäre hinein. Der Ausschlag am Ionometer gibt dann ein direktes Maß für den Emanationsgehalt pro Liter Luft. Um den Emanationsgehalt innerhalb weiter Grenzen messen zu können, werden dem Apparat zwei Zerstreuungsstifte von 15 cm und 30 cm Länge beigegeben. Da das Exnersche Elektroskop 2 Blättchen besitzt, kann die Skala so geteilt

werden, daß die Ablesungen am einen Blättchen für den kürzeren, am andern für den längeren Zerstreuungsstift gelten. Die Eichung des Apparates als Emanationsmesser kann in der gleichen Weise, wie in § 3 beschrieben, ausgeführt werden, da man gewöhnlich die Emanationsmengen in Stromeinheiten pro Liter Luft angibt. Man kann aber auch so vorgehen, daß man den Apparat in eine Atmosphäre von variablem Emanationsgehalt stellt, welch letzteren man auf irgendeine andere Art, z. B. mit einem Fontaktometer nach Mache und Meyer bestimmt.

Um eine Ablagerung von aktivem Beschlag auf dem Zerstreuungsstift möglichst zu vermeiden, ist das System mit dem positiven Pol der Gleichstromquelle verbunden.

Der Apparat kann auch zur Messung von Radiummengen nach der γ-Strahlenmethode verwandt werden, in ähnlicher Weise, wie dies bereits bisher unter Benützung der Bronsonschen Meßanordnung geschehen ist[1]). Man wird zu diesem Zweck ein passendes Ionisierungsgefäß mit Blei- oder Zinkfenster verwenden und im übrigen durch eine dicke Bleiwand dafür sorgen, daß keine störenden γ-Strahlen in das Ionometer selbst eindringen.

Verwendung als Röntgendosimeter. Das Ionometer kann in der Ausführungsform mit Zeigerablesung und rascher Einstellungsdauer ohne weiteres als Röntgendosimeter verwendet werden. Sowohl Intensität als mittlere Härte der Röntgenstrahlen können am Apparat abgelesen werden. Um diese beiden Größen, die im Verein mit der Bestrahlungszeit die Dosis bestimmen, an irgendeiner Stelle zu messen, wird auf das Ionometer ein Zusatzapparat aufgeschraubt. Dieser besteht einesteils aus einer kleinen Ionisierungskammer *K* (Fig. 5), andernteils aus einer isolierten, zum Elektrometer führenden Zuleitung *D*, die sich in einem biegsamen Metallschlauch *S* befindet. Die zu messenden Strahlen werden durch die verstellbare Bleiblende *B* (Irisblende oder Schiebeblende) in die Ionisierungskammer *K* eingelassen. Eine dünne Aluminiumfolie *F* (0,01 mm) einerseits und die Auffängerplatte *P* andererseits begrenzen den Ionisierungsraum. Vermittels des Hebels *H* kann die Öffnung der Blende und damit das einfallende Strahlenbündel in meßbarer Weise verändert werden. Ein *Al*-Plättchen *Al* von 1 mm Dicke wird bei der Härtebestimmung vor die Blende *B* geschoben.

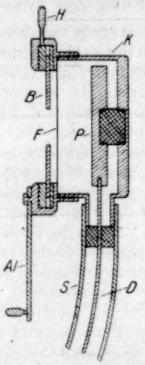


Fig. 5.

Die Messung von Intensität und Härte zugleich kann nun in folgender einfachen Weise ausgeführt werden. Am Zeigerinstrument (Fig. 6) bedeute A_0 die Einstellung, wenn kein Strom fließt (ohne Röntgenstrahlen). *A* sei

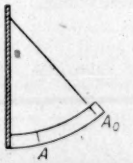


Fig. 6.

eine zweite beliebige Marke, die einem gewissen Ionisierungsstrom entspricht. Man reguliert nun die Blendenöffnung *B* bei allen Messungen stets derart, daß immer derselbe Ionisierungsstrom entsteht, daß das Ionometer also auf die Marke *A* einsteht. Es verhalten sich dann die Strahlenintensitäten direkt umgekehrt proportional der Blendenöffnung. Eine Teilung an der Hebelführung *H* wird somit ohne weiteres die Intensitäten angeben. Die zugehörige Strahlenhärte erhält man dadurch, daß man das *Al*-Plättchen *Al* vor die Blende schiebt. Je stärker die Strahlen im *Al* absorbiert werden, um so kleiner wird der Ionisierungsstrom, um so mehr nähert sich dann also die Zeigerstellung des Ionometers der Nullstellung A_0. Das Intervall zwischen *A* und A_0 kann somit direkt in Härtegrade eingeteilt werden.

Es ist leicht ersichtlich, daß das Meßverfahren auch so modifiziert werden kann, daß

1) E. Rutherford u. Chadwick, Proc. Roy. Soc. London **24**, 141, 1912. V. F. Hess, Verhdlg. d. Deutsch. Physik. Ges. **15**, 1014, 1913.

man etwa die Intensitäten am Zeiger abliest und die Härte durch die Blendengröße bestimmt. Erwünscht bleibt eine rationelle Wahl der Einheiten für Intensität und Härte, nachdem es nun auf Grund eines einfachen Meßapparats auch für den Röntgenologen möglich ist, diese Größen genau zu messen. Betreffs der Härteangaben wird man sich wohl der zweckmäßigen, bereits in die Praxis eingeführten Angabe der Halbierungsdicken (für *Al*) anschließen. Die Intensität könnte man direkt in absoluten Strom- oder Mache-Einheiten pro Liter Luft (bei 760 mm und 20°) ausdrücken. Dabei ist allerdings nicht zu vergessen, daß solche Intensitätswerte nur im Verein mit der Härteangabe eine Bedeutung haben können.

Zürich, Physikalisches Institut der Universität, März 1914.

(Eingegangen 23. März 1914.)

Über mikroseismische Bewegung.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von W. Pechau.

In dieser Zeitschrift (**11**, 1184, 1910) hat Herr B. Gutenberg, Göttingen, einen vorläufigen Bericht über den obengenannten Gegenstand veröffentlicht. Da Verfasser dieses, der sich mit derselben Materie bereits seit einer Reihe von Jahren beschäftigt, zu wesentlich anderen Ergebnissen gelangt ist, sollen diese hier in Kürze mitgeteilt werden. (Es muß gleich hier bemerkt werden, daß sich die Resultate nur auf Jenaer Ergebnisse beziehen.)

Verfasser unterscheidet zwei Arten mikroseismischer Bewegung. Nämlich 1. solche von etwa 5—10 Sekunden Periode und 2. solche von 40—80 Sekunden Periode. Die erste Art nenne ich kurzweg „mikroseismische Bewegung", die zweite dagegen bezeichne ich als Pulsationen.

Herr B. Gutenberg unterscheidet ebenfalls zwei Arten von Bewegungen, nämlich solche durch lokale und solche durch fernliegende Ursachen hervorgerufene. Als Unterabteilungen zur ersten Art gibt er, auf Grund der sie angeblich hervorrufenden Einflüsse: a) Industrie- und Verkehrsstörung, b) Sturmstörung (Periode $T = 1—9$ sec), c) Brandungsstörung ($T = 1/2—9$ sec), d) Störung durch hohen Seestand (T sehr groß).

Zur zweiten Art gibt Herr Gutenberg als Unterabteilungen entsprechend den Ursachen e) Brandung an steilen Küsten ($T =$ 3—10 sec), f) Wind ($T =$ ca. 30 sec), g) Frost ($T = 3/4—3$ Min.).

Für Jena ergibt sich nun aber ein wesentlich anderes Bild. Die Störungen unter a werden, da künstlichen Ursprungs, hier nicht betrachtet. Die durch lokalen Sturm erzeugten Bewegungen (b), welche in Göttingen eine Periode von 1—9 sec haben, werden hier nie beobachtet. Überhaupt kommt in Jena die Periode unter 6 sec eigentlich nicht herunter (in sieben Jahren trat ein einziges Mal etwa einen Tag lang eine Periode von 4—5 sec auf). Die unter c und d angeführten Ursachen bleiben hier ebenfalls unmerklich.

Die unter e angeführte Hypothese stammt von E. Wiechert. Nach einer Hypothese von Gutenberg sollen für diese Ursache besonders die Brandungserscheinungen in Südnorwegen maßgeblich sein. Die Hypothese f ist von O. Hecker, während g wiederum von Gutenberg stammt.

Für Jena ergeben sich nun für die beiden gleich eingangs erwähnten Bewegungsarten folgende Ursachen. Die „mikroseismische Bewegung" ($T = 6—10$ sec) ist eine rein lokale Erscheinung, die durch Windwogen hervorgerufen wird. Herr Gutenberg führt die Brandung in Südnorwegen als Ursache an. Wenn man jedoch überlegt, daß die Wellenbewegung des Meeres an sich gar nichts Originelles darstellt — sie wird doch eben durch Wind erzeugt — so ist es leicht erklärlich, warum man diese, die doch parallel läuft mit lebhaften Luftbewegungen auf dem Festland, als Ursache selbst ansieht.

Die mikroseismische Bewegung ist sowohl in bezug auf Periode, als auch auf Amplitude von der Temperatur abhängig. Im Sommer ist die Größe der Bodenbewegung etwa 0,5 μ bei 6 sec Periode, im Winter dagegen sind Bewegungen von 15—20 μ bei 10 sec Schwingungsdauer durchaus nicht selten. Leider konnte ich eine genaue Untersuchung darüber, ob diese Veränderungen allein den Luftdruckschwankungen zuzuschreiben sind oder, ob auch die Veränderung der Elastizität der obersten Erdschicht durch Frost daran Schuld trägt wegen des plötzlichen Abbruchs des letzten Winters nicht zu Ende führen.

Die zweite hier beobachtete Art von Bewegung bezeichne ich als Pulsationen. Diese sollen nach Herrn Hecker (Hypothese f) vom Wind erzeugt werden. Dieser Ansicht kann ich mich nur bedingungsweise anschließen, nämlich nur insoweit, als sie mit Luftbewegung im Zusammenhang stehen. Diese Pulsationen sind einzig vom Luftdruckgradienten abhängig. Je steiler derselbe ist, desto größer

sind die Amplituden. Während für gewöhnlich oft tagelang anhaltende Pulsationen als flache Wellen zur Aufzeichnung gelangen, arten diese in Zacken aus, wenn starke Stürme in der Nachbarschaft vorüberziehen. Es tritt dann noch eine rein dynamische Wirkung auf die Instrumente hinzu.

Nach Sammlung weiteren Materials werde ich Gelegenheit nehmen, auf diese Gegenstände in extenso zurückzukommen.

Hauptstation für Erdbebenforschung, Jena, den 19. März 1914.

(Eingegangen 23. März 1914.)

REFERATE.

Das allgemeine Magnetfeld der Sonne nach Messungen von G. E. Hale.

Von H. Wilsar.

Unter dem Titel „Preliminary results of an attempt to detect the general magnetic field of the sun" hat Professor George E. Hale im Astrophysical Journal (38, Juli 1913) eine experimentelle Untersuchung veröffentlicht, deren Inhalt hier in Kürze wiedergegeben werden soll.

„Ist jeder große rotierende Körper ein Magnet?" — Diese von A. Schuster vor mehr als 20 Jahren aufgeworfene und seitdem vielbesprochene Frage kann durch direkte Versuche nicht gelöst werden, da, nach Rechnungen von J. J. Thomson, ein merkliches Magnetfeld erst bei Dimensionen und Umdrehungsgeschwindigkeiten entstehen kann, die wir im Laboratorium nicht erreichen können. Zur Beantwortung der Frage können aber Himmelskörper herangezogen werden. Die Erde mit ihrem Magnetfeld ist der Hypothese günstig, genügt aber nicht zur Entscheidung. Als nächster zur Untersuchung geeigneter Himmelskörper erschien in jeder Hinsicht die Sonne.

Nachdem Hale selbst die Magnetfelder der Sonnenflecke mit Hilfe des Zeemaneffekts entdeckt hatte, lag es für ihn nahe, dieselbe Methode auch zur Auffindung eines allgemeinen Magnetfeldes der Sonne zu versuchen.

Wenn angenommen wird, daß die Sonne ein Magnetfeld besitzt, dessen Pole mit den Rotationspolen zusammenfallen, so verlaufen die Kraftlinien ähnlich denen einer magnetisierten Kugel. Der Winkel δ zwischen den Kraftlinien und der Sonnenoberfläche ist dann durch den Ausdruck

$$\operatorname{tg}\delta = 2\operatorname{tg}\varphi$$

gegeben, wobei φ die heliozentrische Breite ist.

Würde ein Beobachter die Sonnenpole in der Richtung der Kraftlinien ansehen können und das Bild eines Pols auf den Spalt eines starken Spektralapparates entwerfen, so würde er, falls das Magnetfeld stark genug ist, bestimmte Sonnenlinien als Dupletts sehen; die Komponenten würden entgegengesetzti zirkular polarisiert sein. Wird vor den Spalt en Nicolprisma mit der Längsachse parallel zum Spalt in Kombination mit einer $^1/_4$-Wellenlängenplatte, deren Hauptschnitt unter 45° zum Spalt steht, gesetzt, so wird eine Komponente eines jeden Dupletts ausgelöscht werden. Bei Drehung der $^1/_4$-λ-Platte um 90° wird die andere Komponente verschwinden, während die erste sichtbar wird. Besteht nun, wie es bei der vorliegenden Untersuchung der Fall war, die $^1/_4$-λ-Platte aus Glimmerstreifen, die je 2 mm breit und so aneinandergelegt sind, daß die nebeneinanderliegenden Streifen mit ihren Hauptschnitten zum Spalt immer unter 45°, zueinander aber unter 90° liegen, so werden die Komponenten eines Dupletts in den aufeinanderfolgenden Streifen abwechselnd ausgelöscht werden, und im Spektralapparat wird ein gezahntes Bild einer Spektrallinie entstehen.

In Wirklichkeit kann der irdische Beobachter die Sonnenpole nur unter beinahe 90° zu den Kraftlinien sehen, und kann somit den Vorteil, das Feld dort, wo es am stärksten ist, zu beobachten, nicht ausnutzen. Doch ist der Winkel zwischen der Sehrichtung des irdischen Beobachters und den magnetischen Kraftlinien bei ca. 35° nördlicher und südlicher heliozentrischer Breite gleich Null. Ist der Winkel zwischen Sehrichtung und Kraftlinien nicht gleich Null, so muß der Effekt auch noch vorhanden sein, nur werden die Komponenten nicht mehr zirkular, sondern elliptisch polarisiert sein, was ein nicht vollständiges Auslöschen der betreffenden Komponenten durch Nicol und $^1/_4$-λ-Platte zur Folge haben wird. Trotz des Vorteils der zirkularen Polarisation bei 35° Breite ist eine Beobachtung bei 45° geeigneter zur Konstatierung des Effekts, da die Stärke des Magnetfeldes bei dieser Breite den Nachteil der Elliptizität überwiegt. — Von dieser Breite nach dem Pol und nach dem Äquator zu muß der Effekt wegen Abnahme der nach dem Beobachter zu gerichteten Feldkomponente kleiner werden und am Pol und Äquator gleich Null sein.

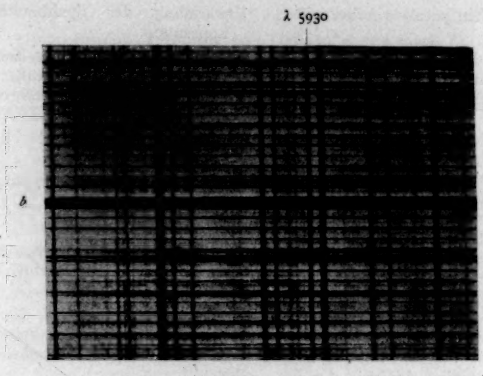


Fig. 1.

Da in der südlichen Sonnenhälfte die Kraftlinien den entgegengesetzten Verlauf wie in der nördlichen haben, so muß der Effekt, d. h. die Verschiebungen der Komponenten, in bestimmten südlichen Breiten gleich und entgegengesetzt dem Effekt in den entsprechenden nördlichen Breiten sein.

Die Schwäche des Effekts machte es notwendig, an die Apparatur die größten Anforderungen zu stellen. Mit Hilfe eines Coelostaten, der auf einem Turm von 50 m Höhe angebracht war, fiel das Sonnenlicht nach Reflexion an einem zweiten Spiegel vertikal auf ein Objektiv von 45,7 m Brennweite, welches ein Bild der Sonne von 43 cm Durchmesser auf einer Justierscheibe über dem Spalt des Spektralapparates an der Basis des Turmes entwarf. Nachdem das Licht den Spalt des Spektralapparates passiert hatte, ging es durch die Kollimatorlinse (Brennweite 22,9 m), die in einem unter dem Turme befindlichen, 24,4 m tiefen Brunnen angebracht war. Hinter der Kollimatorlinse am Boden des Brunnens befand sich ein Michelsongitter (67 × 126 mm Fläche; 622 Linien pro mm). Vom Gitter ging das Licht wieder durch die Kollimatorlinse zurück und entwarf ein Spektralbild auf einer photographischen Platte, die seitlich in der Ebene des Spaltes angebracht werden konnte. Die Kollimatorlinse diente also zugleich als Kameraobjektiv. Der Spektralapparat, dessen Teile durch passende mechanische Vorrichtungen drehbar und verschiebbar waren, wurde durch Aufnahmen des Jod-Absorptionsspektrums geprüft. Die meisten Sonnenaufnahmen wurden im Spektrum dritter Ordnung gemacht, wobei im Gebiet um 5900 Å. herum 1 Å. = 4,9 mm auf der Platte war. In dieser Gegend konnte der Apparat noch Linien auflösen, die 0,026 Å. voneinander entfernt waren (theoret. 0,023 Å.).

Über dem Spalt waren das schon erwähnte Nicolprisma (18 mm breit; 8 mm dick; 130 mm lang, aus 4 Teilen je 32,5 mm zusammengesetzt) und die aus 2 mm breiten Streifen zusammengesetzte $^1/_4$-λ-Platte montiert. Die obenstehende Fig. 1 gibt eine Sonnenaufnahme mit der Anordnung im Gebiet von 5900 Å. wieder. Die Spektrallinien verlaufen vertikal; die Verschiebungen betragen nur wenige Tausendstel Millimeter und sind auf der Reproduktion nicht sichtbar; das Spektrum ist durch die Stellen, wo zwei Glimmerplatten aneinanderstoßen, in 2 mm breite Streifen geteilt; der dicke Strich in der Mitte rührt von der Kontaktstelle zweier Nicolstücke her. Die stärkere (von der Mitte die fünfte nach unten) Linie ist eine Marke, die zu Orientierungszwecken benutzt wird. Sie rührt von einem Draht her, der quer über den Spalt gespannt wird und eine bestimmte Sonnenbreite markiert. Um Sonnenaufnahmen machen zu können, muß das Bild der Sonne so auf den Spalt geworfen werden, daß die Rotationsachse der Sonne dem Spalt parallel ist und es auch dauernd bleibt, was durch passende Justierung des Coelostaten und Drehung des Spalts erreicht wird.

Um das Gitter am Boden des Brunnens vom Versuchsraum aus so zu stellen, daß die Striche dem Spalt parallel verlaufen, war eine Vorrichtung mit Motor vorgesehen. Um verschiedene Teile des Spektrums auf die Platte zu bringen, war auch eine Drehung des Gitters

um eine zu den Strichen parallele Achse mittels Motors möglich.

Hale ging von dem Grundsatz aus, den Effekt zuerst an wenigen Linien mit Sicherheit festzustellen, und wurde bei der Auswahl der Linien von folgenden Gesichtspunkten geleitet:

1. Der weniger brechbare Teil des Spektrums ist zur Untersuchung geeigneter, weil die Trennung der Komponenten durch ein Magnetfeld proportional dem Quadrat der Wellenlänge ist.

2. Zu große Wellenlängen dürfen aber nicht genommen werden, weil die Schärfe der Sonnenlinien mit zunehmender Wellenlänge abnimmt.

3. Es war anzunehmen, daß die Funkenlinien, die bei Versuchen im Laboratorium die größten Trennungen gezeigt hatten, auch bei der Untersuchung des Sonnenspektrums am günstigsten sein würden, doch war es nicht ausgeschlossen, daß einige Linien, die bei künstlicher Erzeugung zu schwach waren, um den Zeemaneffekt zu zeigen, im Sonnenspektrum sich stark genug erweisen und größere Trennungen zeigen würden.

Von diesen Gesichtspunkten aus wurde das Gebiet $\lambda = 5800$ Å. bis 6000 Å. gewählt, und zwar erwiesen sich dabei die Linien $\lambda = 5812{,}139$ Å. (*Fe*), $\lambda = 5828{,}097$ (—) und $\lambda = 5929{,}898$ (*Fe*) als die günstigsten.

Es wurden 288 Sonnenaufnahmen dieses Spektralgebiets gemacht, zur Ausmessung jedoch nur die ganz tadellosen Platten genommen. Die Verschiebungen der Linien wurden teils mit dem Toeplerschen Komparator, teils mit einem speziell konstruierten Parallel-Platten-Mikrometer gemessen: dabei wurde die in dem oben erwähnten Orientierungsstreifen der $^1/_4$-λ-Platte liegende Komponente als Ausgangspunkt benutzt, und die Entfernungen bis zu den in anderen Streifen liegenden Komponenten als positiv oder negativ bezeichnet, je nachdem sie nach Rot oder nach Violett zu von der Ausgangslinie lagen. Die Messungen waren sehr schwierig, weil die Verschiebungen der Linien nur Tausendstel eines Millimeters betrugen.

Um den persönlichen Fehler des Beobachters auszuschalten, wurden die Messungen von verschiedenen Personen ausgeführt, welchen die Bedingungen, unter denen die Aufnahmen gemacht waren, unbekannt waren.

Da die verschiedenen Messungen untereinander nicht immer gut übereinstimmten, so war eine Untersuchung und eventuelle Elimination der systematischen und zufälligen Fehler notwendig.

Außer dem persönlichen Fehler können folgende Fehler in Betracht kommen:

Ungleichmäßige Beleuchtung des Gitters;

Erwärmung der Spaltbacken des Spektralapparats;

ungenügende Orientierung, Zentrierung und Führung des Sonnenbildes während der Expositionsdauer und eine ungenügende Schärfe oder eine Verzerrung des Sonnenbildes;

elliptische Polarisation durch die versilberten Spiegel des Coelostaten;

Polarisation im Spektralapparat;

ungenügende Korrektion der $^1/_4$-λ-Platte für die betreffende Wellenlänge.

Alle diese Fehlerquellen wurden sehr sorgfältig untersucht, ihr Einfluß bestimmt oder beseitigt.

Wir wollen hier auf die Besprechung der Fehlerquellen und die Bearbeitung der Messungen nicht weiter eingehen, sondern gleich eine graphische Darstellung einiger Messungen von Herrn van Maanen anführen (Fig. 2).

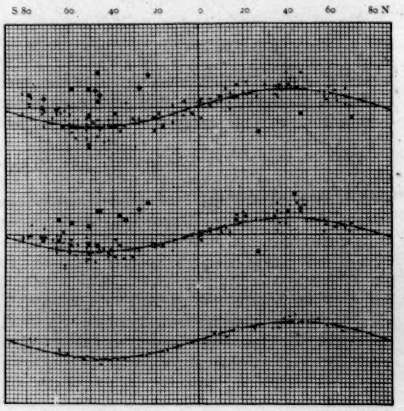


Fig. 2.

In Fig. 2a, b, c sind als Abszissen die heliozentrischen Breiten, als Ordinaten die Verschiebungen der Komponenten aufgetragen (1 Skalenteil = 0,001 mm). *a* bezieht sich auf Messungen an $\lambda = 5812$ Å., *b* auf $\lambda = 5828$ Å., in *c* sind die Mittelwerte der Verschiebungen aus Messungen an $\lambda = 5930$ Å., $\lambda = 5812$ Å. und $\lambda = 5830$ Å. aufgetragen. Die ausgezogenen Kurven zeigen den berechneten Verlauf der Verschiebungen unter der Annahme, daß die Sonne ein Magnetfeld hat, welches dem der Erde ähnlich verläuft.

Es fragt sich nun, ob man aus den erhaltenen Resultaten mit Sicherheit auf die Exi-

Tabelle.

Umkehr des Zeichens bei Drehung der $^1/_2$-λ-Platte.

Platten Nr.	26, 27		29, 30		32, 33, 34			35, 36		37, 38, 39		
$^1/_2$-λ-Platte	0°	−45°	0°	−45°	0°	−22,5°	−45°	±180°	−135°	+135°	+157,5°	+180°
Atmosphär. Linie	0	0	...	...	...	0	0	0	0	0	n. m.	0
$\lambda = 5812$ . . .	+ 8	−4	+8	−6	...	...	...	...	...	...	...	...
$\lambda = 5828$ . . .	+12	−4	+8	−3	...	...	...	...	...	...	...	...
$\lambda = 5930$ . . .	+ 8	−1	...	−1	+9	+3	−4	+7	−7	−5	n. m.	+7
Mittel	+ 9	−3	+8	−3	+9	+3	−4	+7	−7	−5	—	+7

stenz eines allgemeinen Magnetfeldes der Sonne schließen kann[1]).

Die Verschiebungen müssen bei 45° heliozentrischer Breite ein Maximum haben und nach dem Pol und Äquator zu bis auf Null abnehmen. Außerdem müssen die Verschiebungen in der südlichen Hälfte denselben Verlauf wie in der nördlichen haben, nur mit entgegengesetzten Zeichen. Alle diese Forderungen sind genügend gut erfüllt.

Ein anderer Beweis dafür, daß die Verschiebungen der Linien magnetischen Ursprungs sind, konnte dadurch geliefert werden, daß durch Umklappung der $^1/_4$-λ-Platte um eine dem Spalt parallele Achse die Verschiebungen ihre Zeichen änderten. Von 168 Platten zeigten 130, also 77 Proz., bei Umklappen der $^1/_4$-λ-Platte Zeichenumkehr der Verschiebungen. Wenn man die bei der Ausmessung möglichen Fehler in Betracht zieht, ist dieses Resultat als sehr günstig zu bezeichnen.

Es könnte endlich noch eine Prüfung der magnetischen Natur der Verschiebungen vorgenommen werden: eine Drehung um 90° des Nicolschen Prismas im Spektralapparat mußte die positiven Verschiebungen für eine bestimmte heliozentrische Breite in negative verwandeln. Nun war bei der Anordnung ein Drehen des Nicolprismas nicht möglich. Die Wirkung der Drehung des Nicols kann aber durch Drehung um den halben Winkel einer zwischen Nicol und $^1/_4$-λ-Platte eingesetzten $^1/_2$-λ-Platte ersetzt werden. Wenn der Hauptschnitt der $^1/_2$-λ-Platte mit der Längsachse des Nicols zusammenfällt, hat die $^1/_2$-λ-Platte keine Wirkung; eine Drehung um 22,5° bringt die Verschiebungen auf Null, bei weiterem Drehen der Platte um 22,5° treten die Verschiebungen wieder mit entgegengesetztem Zeichen auf, falls sie magnetischen Ursprungs sind. — Atmosphärische Linien dürfen durch Rotation der $^1/_2$-λ-Platte nicht beeinflußt werden.

Die Tabelle zeigt deutlich, wie die Komponenten der Sonnenlinien $\lambda = 5812$ Å., $\lambda = 5828$ Å., $\lambda = 5930$ Å. durch die Drehung der $^1/_2$-λ-Platte beeinflußt werden, während eine beobachtete atmosphärische Linie unbeeinflußt bleibt.

Alle diese Resultate stellen die Existenz eines allgemeinen Magnetfeldes wohl kaum mehr in Zweifel, besonders da auch andere Beobachtungen (über die Form der Korona usw.) darauf hinweisen, daß die Sonne ein Magnet sein kann. Es bleibt nur noch übrig, einige Worte über die magnetische Polarität, Vorzeichen der elektrischen Ladung der Sonne und über die Stärke des Magnetfeldes zu sagen.

Nachdem die Verschiebungen der Komponenten der Sonnenlinien als durch den Zeemaneffekt im Sonnenfelde bedingt erkannt worden sind und die Richtung der zirkularen Polarisation des Lichtes der Komponenten in verschiedenen heliozentrischen Breiten bestimmt war, konnte ohne weiteres bestimmt werden, daß das Magnetfeld der Sonne dieselbe Polarität hat wie das der Erde, und daß die Ladung der Sonne eine negative sein muß.

Durch Vergleich der Beobachtungen der Komponenten der Linien $\lambda = 5812$ Å. und $\lambda = 5831$ Å. im Sonnenspektrum mit den Beobachtungen dieser Linien im Laboratorium, unter Einwirkung eines bekannten Magnetfeldes, konnte berechnet werden, daß die Sonne ein Magnetfeld hat, dessen Feldstärke an den Polen ca. 50 Gauß ist.

Auf weitere Einzelheiten der Untersuchung kann hier nicht eingegangen werden und muß auf die überaus interessante Originalarbeit verwiesen werden.

(Eingegangen 20. März 1914.)

1) Soeben entnehme ich einer persönlichen Mitteilung von Professor Hale, daß die Existenz eines allgemeinen Magnetfeldes der Sonne durch weitere Versuche bestätigt ist. Professor Hale hat den durch das Magnetfeld bedingten Effekt an 25 weiteren Sonnenlinien gefunden und nachgewiesen, daß das Magnetfeld beim Aufsteigen zu höheren Schichten der Sonnenatmosphäre in seiner Intensität stark abnimmt. Die maximale bisher gefundene Feldstärke (auf die Pole reduziert = 54 Gauß) entspricht einem Niveau von 280 km über der Photosphäre. Auf einem Niveau von ungefähr 440 km beträgt das Feld nur ca. 10 Gauß. Die absoluten Werte bedürfen noch einer Korrektion, aber die relativen Werte sind nach Professor Hales Ansicht der Wahrheit recht nahe. Es ist nicht ausgeschlossen, daß noch größere Feldstärken gefunden werden durch Untersuchungen an Linien, die für tiefere Schichten der Sonnenatmosphäre charakteristisch sind.

AUFRUF.

British Association for the Advancement of Science.

Committee for Radiotelegraphic Investigation.

Aufruf zur Beteiligung an der Spezialuntersuchung über den Einfluß der totalen Sonnenfinsternis am 21. August 1914 auf die Ausbreitung der elektrischen Wellen.

Die bevorstehende totale Sonnenfinsternis bietet eine seltene und wichtige Gelegenheit, unsere Kenntnisse bezüglich der Ausbreitung elektrischer Wellen durch die Luft bei Sonnenlicht und Dunkelheit und bei Überschreitung der Grenzen von hellen und dunkeln Regionen zu erweitern. Total ist die Finsternis auf einem Streifen, der sich von Grönland über Norwegen, Schweden, Rußland und Persien nach der Indusmündung hinzieht. Ihre Dauer beträgt in Rußland etwas mehr als zwei Minuten.

Vor allem sind es zwei Punkte, die untersucht werden sollen. Erstens werden im Kern- und Halbschatten für die Ausbreitung der radiotelegraphischen Wellen wahrscheinlich andere Absorptions- und Brechungsgesetze gelten als in beleuchteter Luft. Zweitens kann sich Stärke, Häufigkeit und Charakter der natürlichen elektrischen Wellen und der atmosphärischen Entladungen ändern. Solche Änderungen können entweder eintreten, weil die Ausbreitung der natürlichen, aus fernen Quellen stammenden Wellen durch die Sonnenfinsternis erleichtert oder gehemmt wird, oder vielleicht weil das Entstehen der natürlichen Wellen oder der atmosphärischen Entladungen auf irgendeine unbekannte Weise von der Sonnenfinsternis beeinflußt wird.

Diese zwei Punkte sind bis jetzt nur wenig untersucht worden. Fast alle Beobachter, die während der Sonnenfinsternis vom 17. April 1912 radiotelegraphische Zeichen aufgenommen haben, fanden übereinstimmend, daß die Zeichen stärker waren als eine Stunde vorher oder nachher. Die vagabundierenden Wellen wurden während derselben Finsternis nur einmal für sich untersucht, wobei sich scharf ausgesprochene, merkwürdige Veränderungen zeigten, solange der Schattenkegel über Europa hinzog.

Um die Ausbreitung der Signalwellen im Schatten studieren zu können, wird es nötig sein, daß drahtlose Stationen, die zu beiden Seiten der Zentrallinie der Finsternis liegen, in bestimmten Absätzen Zeichen senden während der Schatten zwischen ihnen durchzieht. Diese Schattenwanderung dauert ungefähr zwei Minuten. Es wäre daher sehr wünschenswert, daß die russischen und skandinavischen Stationen während der totalen Sonnenfinsternis, sowie einige Minuten vorher und nachher, in kurzen Zwischenräumen Zeichen gäben. Aber auch andere, nicht so günstig in der Nähe der Zentrallinie gelegene Stationen sollten trachten, alle Änderungen der Zeichen, die sich während der Finsternis bemerkbar machen, möglichst genau aufzuzeichnen. Europäische Stationen westlich von der Zentrallinie und Stationen am Mittelländischen Meer und in Kleinasien können möglicherweise zwischen 10 Uhr morgens und 3 Uhr nachmittags Greenwicher Zeit erhebliche Unterschiede in der Zeichenstärke beobachten, besonders wenn die Zeichen von entfernten Stationen herrühren; die Stationen in Indien und Ostafrika und Schiffe im Indischen Ozean werden wahrscheinlich nachmittags den Einfluß des Halbschattens merken, Schiffe im Atlantischen Ozean dagegen und die Stationen von Canada und den Vereinigten Staaten am frühen Morgen. In Montreal hat die partielle Finsternis um $5^h 52$ Normalzeit ihr Maximum. Es ist möglich, daß die Finsternis sogar dort noch eine Wirkung ausübt, wo sie gar nicht zu sehen ist.

Die Untersuchung der vagabundierenden Wellen ist von eben so großem Interesse wie die der telegraphischen Wellen. So weit bis jetzt bekannt, scheinen in Stationen, die höher als am 50. Breitegrad liegen, die aufgefangenen natürlichen Wellen meist von Süden herzukommen. Daher werden wahrscheinlich in den skandinavischen und russischen Stationen die größten durch die Sonnenfinsternis hervorgerufenen Veränderungen bei den vagabundierenden Wellen zu beobachten sein, denn um diese Stationen zu erreichen, müssen die Wellen den Weg des Kernschattens kreuzen. Aber auch an anderen Orten sind Änderungen zu erwarten, und es ist daher wünschenswert, daß auf der ganzen Erde, besonders aber an Orten, die innerhalb eines Erdquadranten von Südrußland liegen, statistische Beobachtungen über die natürlichen Wellen gemacht werden. Außerdem wäre sehr zu wünschen, daß der Kommission bei der späteren Bearbeitung der Aufzeichnungen über telegraphische und vagabundierende Wellen auch gleichzeitige meteorologische Beobachtungen einschließlich Messungen von Ionisation und Potentialgradient zur Verfügung stünden.

Die Kommission beabsichtigt, besondere Formulare für die Aufzeichnungen der telegraphischen und vagabundierenden Wellen auszuarbeiten und, besonders in den von der Sonnenfinsternis betroffenen Gegenden, zirkulieren zu lassen. Weiter wird sie trachten, besondere Zeichengebungen zu veranlassen, die in den Formularen näher angegeben werden sollen und den Leitern der in der Nähe der Zentrallinie gelegenen Stationen wird sie ein einfaches Arbeitsprogramm unterbreiten. Ferner wird die kritische Verarbeitung der gemachten Beobachtungen und der Vergleich mit den meteorologischen Daten von der Kommission ausgeführt werden. Auszüge aus den Aufzeichnungen sollen zugleich mit den gezogenen Folgerungen zu gehöriger Zeit veröffentlicht werden.

Die Organisationsarbeit für diese Untersuchung würde der Kommission sehr erleichtert werden, wenn jeder, der die Möglichkeit und die Absicht hat, während der Finsternis Beobachtungen anzustellen, sich sobald als möglich mit dem Sekretär Dr. W. Eccles, University College, London WC., in Verbindung setzen würde.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Hilde Barkhausen.)

(Eingegangen 20. März 1914.)

BESPRECHUNGEN.

C. V. Boys, Seifenblasen, ihre Entstehung und ihre Farben. Vorlesungen über Kapillarität. Autorisierte deutsche Ausgabe von G. Meyer. Zweite vermehrte Auflage. gr. 8. VIII u. 152 S. mit 79 Textfiguren u. 2 Taf. Leipzig, Joh. Ambr. Barth. 1913. M. 5.—, gebunden M. 6.—

Während die erste deutsche Auflage zahlreiche, vom Übersetzer herrührende Anmerkungen enthielt, konnte die zweite Auflage sich wieder enger an

das englische Original anschließen, da jene Anmerkungen in der mittlerweile erschienenen englischen 2. Auflage in den Text verarbeitet sind. Unter Vermeidung mathematischer Entwicklungen enthält das Buch eine auf Experimente gegründete Darstellung der Kapillaritätslehre, bei der zahlreiche wunderhübsche, mit nur wenigen Hilfsmitteln ausführbare Versuche beschrieben werden. Es ist daher sehr geeignet für den Nichtphysiker, dem kein größerer Apparat zur Verfügung steht. Besonders aber ist es auch der experimentell interessierten Jugend zu empfehlen, die Gelegenheit erhält, anknüpfend an beliebte Versuche, ihre Kenntnisse in der experimentellen Physik zu erweitern. Auch der Fachmann erfreut sich an manchem, sonst nicht beschriebenen Experiment, an den einfachen geometrischen Erklärungen, wie die der Farben von Seifenlamellen, und der lichtvollen Behandlung der Flächen von der Krümmung Null und an manchen praktischen Winken. Ausstattung und Übersetzung sind vorzüglich. Auch der zweiten Auflage kann daher weiteste Verbreitung gewünscht werden.

Reinganum.

A. Brill, Das Relativitätsprinzip. Eine Einführung in die Theorie. Sonderabdruck aus dem XXI. Bande des Jahresberichtes der Deutschen Mathematiker-Vereinigung. gr. 8. 28 S. mit 6 Figuren. Leipzig, B. G. Teubner. 1912. M. 1.20

Ausgehend von derjenigen, rein formalistischen Formulierung des Relativitätspostulats, nach der Kugelwellen im bewegten System wieder als Kugelwellen erscheinen sollen, stellt der Verfasser die Grundzüge der Relativitätstheorie und ihre einfachsten Anwendungen auf die reine Mechanik dar. Die kleine Schrift ist zur Einführung in die Theorie besonders für diejenigen geeignet, die von der Seite der Mathematik kommen.

M. Born.

R. Marcolongo, Theoretische Mechanik. Autorisierte deutsche Bearbeitung von H. E. Timerding. gr. 8. Band I: Kinematik und Statik. VIII u. 346 S. mit 110 Textfiguren. Band II: Dynamik und Mechanik der deformierbaren Körper. VIII u. 344 S. mit 38 Textfiguren. Leipzig. B. G. Teubner. 1911 und 1912. Je M. 10.—. Gebunden je M. 11.—.

Der erste Band enthält die Kinematik und die Statik, der zweite die Dynamik des Punktes und der Punktsysteme mit einem Kapitel über Potentialtheorie und die Mechanik deformierbarer Körper. Das Werk erhebt keinen Anspruch auf systematische Vollständigkeit. Der Text beschränkt sich auf die allgemeinen Prinzipien und bestimmte speziellere Probleme, die als besonders typische Fälle gelten können (z. B. Wurf und Fall, Planetenbewegung, Pendel, Anziehung eines homogenen Ellipsoides). Die textlichen Erörterungen werden vervollständigt durch zahlreiche am Ende der einzelnen Kapitel angefügte Übungsbeispiele, für deren Lösung vom Übersetzer ausführliche Anleitungen gegeben sind, und deren Durchführung für den Studierenden eine wertvolle Förderung bildet. Dadurch hat das Buch den vom Verfasser als Nebenzweck erstrebten Charakter eines nützlichen Übungsbuches der Analysis bekommen. Äußerst anerkennenswert ist es, daß den einzelnen Kapiteln historische und bibliographische Anmerkungen angefügt sind, die einen Überblick über die Entwicklung der betreffenden Fragen und der einschlägigen Literatur vermitteln.

Für die Art der analytischen Behandlung ist die grundsätzliche Verwendung der Vektoranalysis charakteristisch. Die zum Verständnis notwendigen Kenntnisse werden in den zwei Eingangskapiteln dargeboten, die in klarer und knapper Form den noch nicht mit vektoranalytischen Methoden vertrauten Leser in hinreichender Weise einführen. Die Benutzung der vektoriellen Darstellung verleiht besonders den Beziehungen der Kinematik Kürze und Durchsichtigkeit. Auch in der Behandlung der Mechanik deformierbarer Körper ist sie mit Erfolg weitergehend, als bisher meist geschieht, angewandt.

Einen breiteren Raum als gewöhnlich in den Lehrbüchern der Mechanik nimmt die Statik ein. Sie füllt die ganze zweite Hälfte des ersten Bandes. Bemerkenswert ist der Versuch, die Statik axiomatisch aufzubauen. Es ist schade, daß der Verfasser sich gerade hier mit einer mehr skizzenhaften Ausführung begnügt und ausdrücklich auf volle Strenge der Deduktion verzichtet.

Gegen die italienische Ausgabe ist das Werk in vieler Beziehung vom Verfasser und besonders im ersten Band auch vom Übersetzer umgearbeitet und erweitert. Die Kapitel über Potential und die Mechanik deformierbarer Körper sind zugefügt. Der Übersetzer hat die Zahl der Figuren bedeutend vermehrt. Die Lesbarkeit des Werkes würde gewinnen, wenn im Text auf die Figuren durch Zitierung ihrer Nummern hingewiesen würde. Das Fehlen solcher Hinweise macht sich besonders bemerkbar, wenn, wie im Band I. S. 141, nach Benutzung anderer Figuren wieder auf eine frühere zurückgegriffen wird. Gelegentlich stört auch, daß innerhalb eines zusammengehörigen Abschnittes dasselbe Symbol in mehreren Bedeutungen vorkommt (VII. und VIII. Kap. des zweiten Bandes). Diese Schönheitsfehler können in Neuauflagen leicht beseitigt werden.

Im ganzen stellt das Werk eine erfreuliche Bereicherung der Darstellungen der theoretischen Mechanik dar.

Schröder.

E. Lecher, Lehrbuch der Physik für Mediziner und Biologen. gr. 8. 451 S. mit 499 Abbildungen. Leipzig, B. G. Teubner. 1912. M. 8.—

Es ist dem Verfasser gut gelungen, der Forderung, es möge die Widmung „für Mediziner" nicht nur das Titelblatt zieren (s. Vorwort), gerecht zu werden; es ist in ausgedehntem Maße der zahlreichen Erfolge gedacht worden, welche die Physik zu Nutz und Frommen der Medizin und Biologie erarbeitet hat. Das hindert aber nicht, daß das Bändchen auch anderen naturwissenschaftlich interessierten Lesern bestens empfohlen werden kann, sobald — was meist der Fall sein wird — ein Interesse für die Physik der lebenden Materie nicht ganz fehlt. Besonders zahlreich sind die medizinisch-biologischen Betrachtungen in dem 4. Kapitel „Gestrahlte Energie" (Optik). Viel eingehender als in anderen Lehrbüchern der Physik gleichen und auch zum Teil in solchen größeren Umfangs sind die physikalischen Grundlagen der wichtigsten Gesichtsempfindungen und die in der Medizin viel gebrauchten optischen Instrumente, wie speziell das Mikroskop (Immersion) (Ultramikroskop) behandelt. Auch in den anderen Gebieten wird auf die vielen Anwendungen

der Physik in den medizinischen Wissenschaften hingewiesen, in der Darstellung der Elektrizität und der Wärme bietet sich viel Gelegenheit.

Das Buch ist leicht verständlich geschrieben, dabei knapp und daher zur Repetition des ganzen Gebietes gut geeignet. Von der Differentialrechnung wird selten Gebrauch gemacht, nicht mehr, als nicht jeder verstehen kann, der sich die Mühe nimmt, die Begriffe Differenzenquotient und Differentialquotient sich klar zu machen, die bei Gelegenheit der Behandlung der Kinematik eingeführt werden. S. Valentiner.

E. Grimsehl, Lehrbuch der Physik für Realschulen. Zweite verbesserte Auflage. gr. 8. V u. 298 S. Mit 438 Textfiguren u. einer farbigen Tafel. Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner. 1913. Gebunden M. 2.60

Die zahlreichen Vorzüge, welche die Grimsehlschen Lehrbücher zeigen, besitzt auch das vorliegende Buch. Es ist die Frucht einer Unterrichtserfahrung von über 25 Jahren an realistischen Anstalten. Während die Anordnung des Lehrstoffes nach den großen Abschnitten schematisch erfolgte, sind die einzelnen Abschnitte methodisch durchgearbeitet worden. Die Erfahrung ist immer an den Anfang gestellt.

Die neue Auflage ist vielfach umgearbeitet, durch 49 neue Figuren vervollkommnet und hinsichtlich der Zahl der Aufgaben vergrößert worden. Vielfach sind technisch wichtige Aufgaben neu hinzugefügt worden: die Gleitflieger, Flugmaschinen und lenkbaren Luftschiffe, ferner die elektrischen Kraftanlagen, die drahtlose Telegraphie. Etwas reichlich lang sind die Kapitel über die Elektrolyse ausgefallen. R. Lucas.

H. Hahn, Handbuch für physikalische Schülerübungen. Zweite, verbesserte Auflage. gr. 8. XVI u. 511 S. mit mehr als 340 in den Text gedruckten Figuren. Berlin, Julius Springer. 1913. M. 20.—, gebunden M. 22.—

Daß von einem so ausgezeichneten, in seiner Weise einzig dastehenden Werke, wie die Hahnschen Schülerübungen es sind, in wenigen Jahren eine neue Auflage nötig werden würde, war vorauszusehen. Inhaltlich schließt sich dieselbe ganz an die erste an, neue Übungen sind nicht hinzugekommen; doch hat der Verfasser sich bemüht, im einzelnen manches zu verbessern und klarer zu gestalten. Wenn eine Zahl von Fremdwörtern durch deutsche Bezeichnungen ersetzt sind, so ist das im Prinzip durchaus zu loben. Allerdings sind dadurch manche nicht ganz behagliche Härten entstanden. So scheint der Ersatz des Wortes Temperatur durch „Warmheit" wenig glücklich, auch wenn Helmholz schon das Wort geprägt hat. Auch das „Dichteflaschchen" an Stelle des altgewohnten „Pyknometer" will uns nicht recht gefallen, und so geht es noch mit Einigem. Vielleicht hätte der Verfasser auch die allzu ausführlichen Arbeitsschemata, welche dem Benutzer des Buches einen zu speziellen Zwang auferlegen, vereinfachen oder ganz fortlassen können, nachdem am Anfange einige Muster solcher Vorschriften angegeben wurden. Wir wünschen der neuen Auflage einen ähnlichen Erfolg wie der ersten und fügen die Bitte hinzu, später auch Übungen aus dem Gebiete der Elektrostatik zu bringen.

Behrendsen.

H. Hahn, Physikalische Freihandversuche. Unter Benutzung des Nachlasses von B. Schwalbe. III. Teil: Licht. gr. 8. VIII u. 405 S. mit 420 Figuren im Text. Berlin, Otto Salle. 1912. M. 7.—

Nach einem Zwischenraum von 5 Jahren ist der III. Band des vom Verfasser mit Benutzung des Nachlasses von Schwalbe herausgegebenen Werkes erschienen. Die mit großer Spannung erwartete Fortsetzung ist außerordentlich reichhaltig, da sie 738 Versuche aus der Optik bringt. Wohl kein Anderer wie Hahn mit seiner enormen experimentellen Erfahrung und seiner großen Kenntnis der einschlägigen Literatur wäre imstande gewesen, einen solchen Reichtum zu entfalten, der neben vielem bloß Anregenden auch eine Fülle der folgenschwersten und wichtigsten Versuche mit einem Minimum an Hilfsmitteln, oder wenigstens von fertigen Apparaten, auszuführen lehrt. Werden doch selbst Gebiete wie dunkle Strahlung, Fluoreszenz, Lumineszenz, Beugung, Interferenz und Ähnliches in ausgiebigster Weise behandelt, so daß nicht allein diejenigen, die sich mit ganz einfachen Mitteln behelfen müssen, sondern auch wohl die meisten Lehrer der Physik an höheren Schulen dem Verfasser großen Dank schuldig sein werden. Nicht minder wird der Autodidakt in dem Buche sein volles Genüge finden, wie überhaupt Jeder, der nicht im Besitze eines ausgiebigeren Apparatenschatzes ist. Namentlich wird sich das Buch für physikalische Übungen eignen, die zugleich mit Handfertigkeitsunterricht verbunden sind. Denn als „Freihandversuche" kann eine sehr erhebliche Zahl der von Hahn gebrachten eigentlich nicht bezeichnet werden. Sind doch vielfach ziemlich komplizierte Anordnungen und Apparate notwendig, so z. B. gleich am Anfang der „Sonnenspiegel", der S. 233 angegebene, zur Spektralfarbenvereinigung dienende Apparat, ferner die Nachbildungen des Michelsonschen Interferenzspiegels oder des Czapski-Pulfrichschen Plattenprüfers, und Anderes.

Behrendsen.

J. Rust, Methodisches Hilfsbuch für den Unterricht in der Naturlehre an Volks- und Bürgerschulen. In 3 Teilen. I. Teil. gr. 8. VI u. 113 Seiten mit 261 Abbildungen. (Aus der Sammlung methodischer Handbücher im Sinne der schaffenden Arbeit und der Kunsterziehung.) Prag, A. Haase. 1913. K. 3.20, gebunden K. 3.60 u. K. 4.—

Das vorliegende Buch, das nach den neuen böhmischen Lehrplänen bearbeitet ist, ist als Vorbereitungsbuch für Volksschullehrer gedacht. Es will die Ideen für die Reform des Physikunterrichts an höheren Schulen, soweit das bei der großen Schülerzahl und den beschränkten Mitteln möglich ist, auf die Volksschule übertragen. Es strebt also, so gut das im Rahmen des heutigen Schulbetriebs geht, „den Übergang von der Lernschule zur Arbeitsschule" an. Das sucht es dadurch zu erreichen, daß es nur Versuche gibt, — übrigens sind dieselben zum größeren Teil aus den bekannten Büchern von Hahn, Rosenberg, Rebenstorff, Schreber u. a. entnommen —, die mit den allereinfachsten Mitteln ausgeführt werden können, so daß die Schüler sich selbst die Apparate dazu anfertigen können, daß es den Schüler im Unterricht selbst möglichst heranzieht (es sei auf die Abschnitte über Meteorologie verwiesen) und daß an jedes Kapital eine Reihe leicht auszuführender Frei-

handversuche angeschlossen werden, die den Schüler zur Selbsttätigkeit anregen sollen.

Das bis jetzt erschienene erste Heft behandelt Mechanik, Wärmelehre, Meteorologie, Magnetismus und Reibungselektrizität ziemlich ausführlich, ganz kurz Schall und Licht. Die ersten Abschnitte sind stellenweise in einer Ausführlichkeit gegeben, wie man sie kaum im vorbereitenden Kurse der O. III. und U. II. bringen kann. Es wird also, wie auch der Verfasser im Vorwort sagt, für die Volksschule eine sehr starke Sichtung vom Lehrer vorzunehmen sein. Vielleicht wäre es ganz gut, wenn der Verfasser dazu einige Winke gäbe. Im übrigen ist die Auswahl der Versuche und die Anordnung in den einzelnen Abschnitten sehr geschickt. Unbedingt nötig wäre es aber, daß an den entsprechenden Stellen auf die Gefährlichkeit einiger Versuche hingewiesen würde. Eine Reihe solcher Versuche, die mit Gefahren verbunden sind, hat Ohmann für den Volksschulunterricht zusammengestellt. Im einzelnen bedürfen auch hier und da noch einzelne Abschnitte der Durcharbeitung. Um einiges herauszugreifen: Wenn schon von der Regelation des Eises gesprochen werden soll, muß die Abhängigkeit des Schmelzpunktes vom Druck erörtert werden, da sonst der Versuch unerklärt bleibt. Sollen Schmelz- und Verdampfungswärme bestimmt werden, muß meiner Ansicht nach etwas genauer die Bestimmung der Kalorie erörtert werden usw.

Schließlich möchte ich noch besonders betonen, daß die schematisch gehaltenen Figuren durchgehend vorzüglich sind und direkt als Vorbilder für die Tafelzeichnung dienen können. Im großen und ganzen kann man nur wünschen, daß die weiteren Hefte des Werkes ebensogut wie das erste ausfallen mögen. Fr. A. Willers.

K. Umlauf, Mathematik und Naturwissenschaften an den deutschen Lehrerbildungsanstalten (Arbeiten des Bundes für Schulreform, Heft 3). gr. 8. 124 S. mit 4 Tafeln und 6 Figuren im Text. Leipzig, B. G. Teubner, 1912. M. 3.60

Der Bund für Schulreform hat im Jahre 1910 eine Umfrage veranstaltet, die den bisherigen Stand des Unterrichts an den Lehrerseminaren in der Mathematik und den Naturwissenschaften klarstellen sollte. Der Verfasser hat die eingelaufenen Antworten zu einem umfassenden Berichte zusammengestellt und damit eine sehr dankenswerte, für die Geschichte der Pädagogik hochwichtige Arbeit geliefert. Zum Teil sind die Resultate der Umfrage wenig erfreulich und zeigen die dringende Notwendigkeit der Reform der Seminare. Vor allem fehle, meint der Verfasser, „der wissenschaftliche Geist, zumal die Lehrkräfte nur zum kleinen Teil höheren Anforderungen gewachsen seien".

Daneben hat die Umfrage, und das scheint mir sehr belangreich zu sein, die Ansichten und Wünsche der Lehrer zum Ausdruck gebracht, was die Art, die Zeitdauer, den zu behandelnden Lehrstoff, die Unterrichtsmittel angeht. Es ist dadurch zweifellos eine Unterlage für die nötige Reform gegeben.

Dem ausführlichen Berichte folgen alsdann die Lehrpläne für die Seminare in Preußen, Württemberg, Baden, Anhalt, Hamburg und Lübeck, und schließlich sind gleichsam als Musterbeispiele für die äußere Einrichtung, namentlich auf naturwissenschaftlichem Gebiete, die Beschreibungen mehrerer modern gestalteter Lehrerbildungsanstalten (Dresden-Strehlen, Backnang in Württemb., Freiburg i. Br., Hamburg) beigefügt.
Behrendsen.

Fr. Bidlingmaier, Ergebnisse der erdmagnetischen Beobachtungen zu Wilhelmshaven i. J. 1911. Veröff. d. K. Observatoriums in Wilhelmshaven. Neue Folge, Heft 2. Berlin, E. S. Mittler & Sohn. Preis M. 3.—

Nach zwölf Jahren Pause erschien im Jahre 1911 endlich wieder ein Heft magnetischer Beobachtungen aus dem Observatorium von Wilhelmshaven. Und nun erscheint das zweite und — letzte! Den äußeren Anlaß zum Einstellen der eben neu angefangenen Reihe bildet die Einführung des elektrischen Betriebs auf der dortigen Straßenbahn, der offenbar bei Herausgabe des vorigen Hefts noch nicht vorausgesehen werden konnte. Das neue wissenschaftliche Leben, das der Verfasser verstanden hat dem Wilhelmshavener Marineobservatorium zu verleihen, tritt in der vorliegenden Veröffentlichung noch einmal schön zutage, indem seine Gedanken über ein objektives Maß der Beweglichkeit der Variationen — das ist der von ihm so genannten „Aktivität" — eine endgültige und klare Zusammenfassung erfahren. Über die Definition dieser Größe siehe die Besprechung auf S. 663 des 14. Jahrgangs (1913) vorliegender Zeitschrift. Diesmal wird neben der theoretischen Grundlage noch besonders der Gang der praktischen Rechnung gezeigt, auch einige Resultate finden sich abgeleitet; so z. B., daß die Gesamtenergie der Deklinationsschwankungen, also der im Meridian fließenden Ströme, 45 Proz. größer ist, als jene der senkrecht dazu verlaufenden; daß die Energie aller Schwankungen des Erdmagnetismus $1{,}7 \cdot 10^{-6}$ des beharrlichen inneren Feldes ist u. a. m.

Der Verfasser ist jetzt Leiter des magnetischen Observatoriums zu München geworden und wird seine Untersuchungen an dem Material dieses Observatoriums fortsetzen. Von dem Wilhelmshavener Observatorium wird angeführt, daß die Beobachtungen des genannten Grundes wegen nicht weiter veröffentlicht werden sollen. Wilhelmshaven bildet einen Hauptstützpunkt zur Festlegung der Säkularvariation in Deutschland; wir bedürfen daher der dortigen Beobachtungen und erwarten von unserer Marine, daß sie die Beobachtungen nicht nur fortsetzt, sondern, wenn auch im bescheidensten Umfang, veröffentlicht. Es gibt Verfahren, mit einer Tätigkeit von zwei Stunden im Jahr, die Monats- und das Jahresmittel beider horizontalen Elemente abzuleiten. Nippoldt.

Berichtigung.

Auf Seite 199, rechte Spalte, Zeile 5 von unten fehlt der Faktor $\frac{e^2}{r_1 h}$ vor $\frac{1}{1+\beta} - \frac{1}{1+\beta+2\alpha}$.

Auf Seite 200 erste Gleichung 12) und erste Gleichung 14) muß es heißen: e^2 statt e_2.

Tagesereignisse.

Zur Errichtung eines physikalisch-meteorologischen Observatoriums in Oberhof haben die Herren Hofkammerpräsident von Bassewitz, Gotha, Dr. phil. A. Lippmann, Leipzig, Hofbankier Dr. jur. Stehle, Gotha, Staatsrat Wilharm, Gotha, eine Zentralstelle mit dem Sitze in Leipzig, Kaiserin-Augusta-Str. 55, gebildet, deren

Geschäftsführer Dr. phil. A. Lippmann, Leipzig, ist. Zur Erforschung möglichst aller Heilfaktoren eines Ortes in dieser Höhenlage sollen außer den Beobachtungen, die an den meteorologischen Stationen I. Ordnung üblich sind, namentlich Untersuchungen der Sonnenstrahlen angestellt werden hinsichtlich ihrer Wärme-, Licht- und chemischen Intensität, Untersuchungen über Polarisation und Durchlässigkeit der Strahlen, über Farbenzusammensetzung des Gesamt- und diffusen Lichts, über den Einfluß der Bewölkung auf die Strahlung usw., ferner Untersuchungen der Luft hinsichtlich ihres Potentialgefälles und ihrer Leitfähigkeit, radioaktive Messungen von Luft, Wasser, Erde, radioaktive und elektrische Messungen der Niederschläge, Untersuchungen der Luft auf ihren Staubgehalt, auf ihren Ozon- und Kohlensäuregehalt.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Am 27. März d. J. feierte Wilhelm Hittorf seinen 90. Geburtstag. Der Verehrung, deren sich der greise Gelehrte in weiten Kreisen erfreut, fand in hohen Auszeichnungen, insbesondere in der Ernennung zum Wirklichen Geheimen Rat mit dem Prädikat Exzellenz, und in einer großen Zahl persönlicher und schriftlicher Glückwünsche ihren Ausdruck. Auch die Leser unserer Zeitschrift werden bei diesem Anlasse erneut des Großen gedenken, was Hittorf für unsere Wissenschaft geleistet hat. Möge das Bewußtsein, daß seine Arbeiten mit den Grund gelegt haben zu der wunderbaren Entwicklung der Physik, dem verehrten Manne den Abend des Lebens verschönern, und möge er mit freundlichem Anteil die Arbeit derer betrachten, welche auf den von ihm gebahnten Wegen weiter vorzudringen suchen.

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Otto Haupt für Mathematik einschließlich darstellende Geometrie, an der Universität Würzburg Dr. L. Föppl für Mathematik, an der Universität Freiburg i. B. Dr. Robert Schwarz für Chemie, an der Universität Lemberg Dr. Siegmund Janiszewski für Mathematik.

Ernannt: Der Privatdozent für Chemie an der Universität Berlin Dr. Fritz Weigert zum a. o. Professor für Photochemie einschl. wissenschaftlicher Photographie an der Universität Leipzig, der Privatdozent für darstellende Geometrie an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Wolfgang Vogt zum a. o. Professor für Mathematik an der Universität Heidelberg, der Privatdozent für Physik an der Universität Freiburg i. Schw. Dr. Paul Joye zum a. o. Professor ebendaselbst, der Privatdozent für Physikalische Chemie speziell theoretische Metallurgie an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Karl Bornemann zum etatsmäßigen Professor für Metallhüttenkunde an der Technischen Hochschule Breslau, der Privatdozent für Pharmazie an der Universität Straßburg Dr. Leopold Rosenthaler zum a. o. Professor für gerichtliche Chemie und Pharmakochemie an der Universität Bern, Octave Boudouard zum Professor für angewandte Chemie am Conservatoire des arts et métiers in Paris, Professor H. F. Baker zum Professor der Astronomie und Geometrie an der Universität Cambridge (England).

Berufen: Der ord. Professor der theoretischen Physik an der Universität Utrecht Dr. Peter Debye in gleicher Eigenschaft an die Universität Frankfurt.

Verliehen: Dem Hauptobservator an der Universitätssternwarte in Berlin-Babelsberg Dr. Leo Courvoisier und dem Observator an derselben Sternwarte Dr. Paul Guthnick sowie dem Privatdozenten für analytische Chemie und Elektrochemie an der Technischen Hochschule Aachen Dr.-Ing. Arthur Fischer und dem Privatdozenten für Nahrungsmittelchemie an der Technischen Hochschule Hannover Dr. Ernst Laves der Titel Professor.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der Allgemeinen Chemie an der Universität Lyon Philipp Barbier.

Gestorben: Der Astronom am Harvard College Observatory in Cambridge Mass. Dr. S. C. Chandler, der ord. Professor für Mathematik und Naturphilosophie an der Harvard University in Cambridge Dr. Benjamin Osgood Peirce, der ord. Professor für Astronomie an der Brown University in Providence und Direktor des Ladd Astronomical Observatory Winslow Upton, der Chemiker Professor Dr. S. M. Jörgensen in Kopenhagen.

Gesuche.

Langjähriger Leiter

eines geophysikalischen Universitätsinstitutes **sucht** sich zu verändern. Studienfächer: Astronomie, reine und angewandte Mathematik, Physik (besonders Geophysik). Gefl. Angebote mit näheren Angaben unter **L. R. 16** an die Geschäftsstelle dieser Zeitung erbeten.

Physiker

mit guten Zeugnissen, Praxis an Apparatbaufabrik, reicher Erfahrung in Meß- und Laboratoriumstätigkeit **sucht** geeignete Anstellung. Offerten unter **S. H. 413** an den Verlag d. Zeitschr.

Otto Vahlbruch-Stiftung.

Der am 28. März 1896 in Hamburg verstorbene Herr **Otto Vahlbruch** hat in § 11 seines Testamentes bestimmt, daß alle zwei Jahre dem Verfasser derjenigen in deutscher Sprache geschriebenen und veröffentlichten Arbeit, die in dem gleichen Zeitraum den größten Fortschritt in den Naturwissenschaften gebracht hat, ein Preis zuerkannt werden möge, welcher aus den Einkünften des von ihm hinterlassenen Vermögens entnommen werden soll.

Dem Wunsche des Stifters gemäß hat die philosophische Fakultät der Universität Göttingen das Ehrenamt übernommen, als ausschlaggebende Jury für die Zuerkennung des Preises zu fungieren.

Zum neunten (9) Male ist nun in diesem Jahre in sinngemäßer Auslegung des Testamentes, und gemäß Statut § 3, Abschnitt 2 der Otto Vahlbruch-Stiftung, nach welchem der Preis auch zwei Autoren zugesprochen werden kann, der Preis verliehen worden, und zwar im Betrage von

M. 12000,— je zur Hälfte:

an Herrn **Dr. Joh. Stark,** Professor an der Technischen Hochschule Aachen

für die Entdeckung der Zerlegung der Spektrallinien im elektrischen Felde,

an Herrn **Dr. M. von Laue,** Professor an der Universität Zürich,

für die Entdeckung der Beugung der Röntgenstrahlen durch die Raumgitter der Kristalle.

Beide Entdeckungen bezeichnen einen bedeutenden Fortschritt in der Erkenntnis der Konstitution der Materie.

Hamburg, den 28. März 1914.

Die Verwaltung der Otto Vahlbruch-Stiftung.

Für die Redaktion verantwortlich Dr. Hans Busch in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.